

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2016-17**  
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3**

**Άσκηση 1.** Για τις παρακάτω συναρτήσεις  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  βρείτε τις καύλες στάθμης, βρείτε την τομή του γραφήματός τους με τους τρεις άξονες συντεταγμένων και με τα τρία επίπεδα συντεταγμένων και, τέλος, σχεδιάστε το γράφημά τους.

α)  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2$ .

β)  $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 1$ .

γ)  $f(x, y) = x^2 + (y - 1)^2$ .

δ)  $f(x, y) = x^2 + y + 1$ .

ε)  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

**Άσκηση 2.** Βρείτε τις καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων των οποίων οι πολικές συντεταγμένες  $(r, \theta)$  δίδονται από:

α)  $(3, \pi)$ .

β)  $(2, \pi/3)$ .

γ)  $(3, \pi/4)$ .

δ)  $(\sqrt{2}, \pi/4)$ .

ε)  $(2\sqrt{3}, 2\pi/3)$ .

**Άσκηση 3.** Βρείτε τις κυλινδρικές και τις σφαιρικές συντεταγμένες των σημείων των οποίων οι καρτεσιανές συντεταγμένες δίδονται από:

α)  $(1, 1, 1)$ .

β)  $(1, -1, 1)$ .

γ)  $(1, 1, -1)$ .

δ)  $(0, 1, 1)$ .

ε)  $(-2, 0, 2)$ .

στ)  $(-2, 1, 2)$ .

**Άσκηση 4.** Περιγράψτε γεωμετρικά τις επιφάνειες στο  $\mathbb{R}^3$  που δίδονται σε κυλινδρικές συντεταγμένες από τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $r = r_0, \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, z_1 \leq z \leq z_2$  για δοσμένα  $r_0, \theta_1, \theta_2, z_1, z_2$ .

β)  $\theta = \theta_0, r_1 \leq r \leq r_2, z_1 \leq z \leq z_2$  για δοσμένα  $\theta_0, r_1, r_2, z_1, z_2$ .

γ)  $z = z_0, r_1 \leq r \leq r_2, \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$  για δοσμένα  $z_0, r_1, r_2, \theta_1, \theta_2$ .

**Άσκηση 5.** Περιγράψτε γεωμετρικά τις καμπύλες στο  $\mathbb{R}^3$  που δίδονται σε κυλινδρικές συντεταγμένες από τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $r = r_0, \theta = \theta_0, z_1 \leq z \leq z_2$  για δοσμένα  $r_0, \theta_0, z_1, z_2$ .

β)  $\theta = \theta_0, z = z_0, r_1 \leq r \leq r_2$  για δοσμένα  $\theta_0, r_1, r_2, z_0$ .

γ)  $r = r_0, z = z_0, \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$  για δοσμένα  $r_0, z_0, \theta_1, \theta_2$ .

**Άσκηση 6.** Περιγράψτε γεωμετρικά τις επιφάνειες στο  $\mathbb{R}^3$  που δίδονται σε σφαιρικές συντεταγμένες από τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $\rho = \rho_0, \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \phi_1 \leq \phi \leq \phi_2$  για δοσμένα  $\rho_0, \theta_1, \theta_2, \phi_1, \phi_2$ .

β)  $\theta = \theta_0, \rho_1 \leq \rho \leq \rho_2, \phi_1 \leq \phi \leq \phi_2$  για δοσμένα  $\theta_0, \rho_1, \rho_2, \phi_1, \phi_2$ .

γ)  $\phi = \phi_0$ ,  $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2$ ,  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$  για δοσμένα  $\phi_0, \rho_1, \rho_2, \theta_1, \theta_2$ .

**Άσκηση 7.** Περιγράψτε γεωμετρικά τις καμπύλες στο  $\mathbb{R}^3$  που δίδονται σε σφαιρικές συντεταγμένες από τις παρακάτω εξισώσεις:

α)  $\rho = \rho_0$ ,  $\theta = \theta_0$ ,  $\phi_1 \leq \phi \leq \phi_2$  για δοσμένα  $\rho_0, \theta_0, \phi_1, \phi_2$ .

β)  $\theta = \theta_0$ ,  $\phi = \phi_0$ ,  $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2$  για δοσμένα  $\theta_0, \rho_1, \rho_2, \phi_0$ .

γ)  $\rho = \rho_0$ ,  $\phi = \phi_0$ ,  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$  για δοσμένα  $\rho_0, \phi_0, \theta_1, \theta_2$ .

**Άσκηση 8.** Δείξτε ότι η εξίσωση σε πολικές συντεταγμένες  $r = \cos \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ , ορίζει τμήμα κύκλου.

**Άσκηση 9.** Σχεδιάστε τις επιφάνειες που δίδονται σε κυλινδρικές συντεταγμένες από τις εξισώσεις

α)  $r = 1 - \sin \theta$ ,  $0 \leq \theta < 2\pi$ .

β)  $r = 2 + \cos \theta$ ,  $0 \leq \theta < 2\pi$ .

γ)  $r \sin \theta = 2$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ .

δ)  $r \sin \theta = 2$ ,  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ .

**Άσκηση 10.** Σχεδιάστε τις επιφάνειες που σε κυλινδρικές συντεταγμένες  $(r, \theta, z)$  δίνονται από τις εξισώσεις

α)  $r = z$ ,  $r, z \geq 0$ .

β)  $z = \cos \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

**Άσκηση 11.** Σχεδιάστε τις επιφάνειες που σε σφαιρικές συντεταγμένες  $(\rho, \theta, \phi)$  δίνονται από τις εξισώσεις

α)  $\theta = \phi$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $\phi \leq \pi/2$ .

β)  $\rho = \cos \phi$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi/2$ .