

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2016-17
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 4

Άσκηση 1. Βρείτε τὰ πεδία ορισμού και σχεδιάστε τὰ γραφήματα τών παρακάτω συναρτήσεων

α) $f(x, y) = \frac{1}{x^2+y^2}$.

β) $f(x, y) = x/y$.

Άσκηση 2. Σχεδιάστε και βρείτε τὰ εσωτερικά και τὰ συνοριακά σημεία τών παρακάτω υποσυνόλων τού επιπέδου:

α) $A = \{(x, y), x > 0\}$.

β) $B = \{(x, y), 0 < y < 2\}$.

γ) $C = \{(x, y), x + y > 1\}$.

δ) $D = \{(x, y), x^2 - y^2 < 1\}$.

ε) $E = \{(x, y), 1 < x^2 + y^2 \leq 2\}$.

Άσκηση 3. Για τὰ παρακάτω υποσύνολα τού επιπέδου βρείτε τὰ εσωτερικά τους σημεία και τό σύνορό τους. Ποιά από αυτά είναι ανοιχτά σύνολα;

α) $A = \{(x, y), x \geq 0\}$.

β) $B = \{(x, y), 0 < x^2 + y^2 \leq 1\}$.

γ) $C = \{(x, y), x + y \neq 2\}$.

Άσκηση 4. Βρείτε τὰ παρακάτω όρια, άν υπάρχουν :

α) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} x^3(y+1)$.

β) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} x^2/y$.

γ) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^y \sin x}{x}$.

δ) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{xy}{x^2+y^2+1}$.

ε) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} x^3(y+1)$.

στ) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2-y^2}{x-y}$.

Άσκηση 5. Βρείτε τὰ παρακάτω όρια, άν υπάρχουν:

α) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^x y}{x+1}$.

β) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5}{x^4+y^4}$.

γ) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy}}{x+1}$.

δ) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (1,-1,-1)} \frac{2xy+yz}{x^2+z^2}$.

ε) $\lim_{(x,y) \rightarrow (4,3)} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y+1}}{x-y-1}$.