

Σειραϊκός αριθμός: **49**, Απαντήσεις 1: 2: 3: 4: 5:

Όνοματεπώνυμο:

Αριθμός Μητρώου:

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι (ΤΜΗΜΑ Α, ΕΠΩΝΥΜΑ Α-ΜΑ) ΤΕΛΙΚΟΣ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2016
Τ.Μ.Ε.Μ. - ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2015-16

Ερώτηση 1: Συμβολίζουμε ως $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ την σειρά $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$. Η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{5^{n+1}}$ συγκλίνει στον αριθμό

A: $-\frac{5}{2}$. B: $-\frac{2}{5}$. C: $-\frac{3}{40}$. D: $\frac{-3}{490}$. E: $\frac{-2}{175}$. F: $-\frac{2}{63}$.

Ερώτηση 2: Ποιές από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι συνεχείς στο $x = 0$;

$$f_1(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{αν } x > 0 \\ 0, & \text{αν } x \leq 0. \end{cases} \quad f_2(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & \text{αν } x > 0 \\ 1, & \text{αν } x \leq 0. \end{cases} \quad f_3(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{αν } x > 0 \\ 1, & \text{αν } x \leq 0. \end{cases}$$

A: Μόνον οι f_1, f_3 . B: Μόνον η f_3 . C: Και οι τρεις. D: Μόνον οι f_1, f_2 . E: Μόνον οι f_2, f_3 . F: Μόνον η f_2 .

Ερώτηση 3: Εστω C η καμπύλη στο xy -επίπεδο που ορίζεται από την εξίσωση $x + \cos(\frac{\pi}{2} - y) + xy = 4$. Η εφαπτόμενη τής C στο σημείο $P = (4, 0)$ τέμνει τον y -άξονα στο σημείο

A: $(0, \frac{6}{7})$. B: $(0, \frac{2}{5})$. C: $(0, \frac{5}{3})$. D: $(0, \frac{4}{3})$. E: $(0, \frac{6}{5})$. F: $(0, \frac{4}{5})$.

Ερώτηση 4: Το ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_1^2 \frac{x-2}{x^2+x} dx$$

ισούται με

A: $3 \ln 3 - 5 \ln 2$. B: $3 \ln 2 - \ln 3$. C: $\ln 3 - \ln 2$. D: $\ln 2 + \ln 3$. E: $5 \ln 2 - 2 \ln 3$. F: $4 \ln 3 - 7 \ln 2$.

Ερώτηση 5: Το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$ ισούται προς

A: 0. B: $\frac{1}{2}$. C: 1. D: $+\infty$. E: 2. F: 3.

Η διάρκεια τής εξέτασης είναι 2 ώρες και 15 λεπτά. Πριν παραδώσετε τό γραπτό σας, απαγορεύεται η έξοδος από τήν τάξη. Τά κινητά τηλέφωνα θα πρέπει να είναι αποενεργοποιημένα και τοποθετημένα είτε στην τσάντα σας είτε στο πάτωμα. Απαγορεύεται η χρήση αριθμομηχανών. Τό διαγώνισμα αποτελείται από δύο μέρη: Τό πρώτο μέρος έχει 5 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και τό δεύτερο μέρος δύο προβλήματα ανάπτυξης. Άριστα τό 10, βάση οι 5 μονάδες.

Πρώτο μέρος - ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής: Για κάθε σωστή απάντηση παίρνετε 1.2 μονάδες και για κάθε λανθασμένη απάντηση σάς αφαιρούνται 0.2 μονάδες. Αν δεν απαντήσετε σε κάποια ερώτηση δέν παίρνετε ούτε χάνετε μονάδες. Σύνολο μονάδων 6. Οι απαντήσεις πρέπει να καταχωρηθούν στην πρώτη γραμμή αυτής τής σελίδας (δίπλα στον σειραϊκό αριθμό). Αντιγράψτε τόν σειραϊκό αριθμό και τίς απαντήσεις σε ένα χαρτί και κρατήστε το.

Δεύτερο μέρος - προβλήματα ανάπτυξης: Κάθε πρόβλημα αντιστοιχεί σε 2 μονάδες. Σύνολο μονάδων 4. Οι λύσεις τών προβλημάτων ανάπτυξης πρέπει να γραφούν στον χώρο κάτω από τήν εκφώνηση.

Παραδώστε μόνο αυτή τήν κόλλα εξέτασης (3 συράμμενα φύλλα)- μην ξεχάσετε να γράψετε τό όνομά σας και τόν ΑΜ και στα τρία φύλλα.

Ο διδάσκων: Αλέξης Κουβιδάκης

Ηράκλειο, 11 Ιανουαρίου 2016

Όνοματεπώνυμο και ΑΜ:

Πρόβλημα 1. Ένα σύρμα μήκους 100 εκατοστών κόβεται σε δυο κομμάτια. Με το ένα κομμάτι φτιάχνουμε ένα ισόπλευρο τρίγωνο και με το άλλο ένα τετράγωνο. Βρείτε πώς πρέπει να κοπεί το σύρμα (δηλ. καθορίστε τα μήκη των δύο κομματιών) ώστε το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων να είναι το μέγιστο δυνατό.

Απάντηση

Όνοματεπώνυμο και ΑΜ:

Πρόβλημα 2. Έστω $a, b > 0$. Μελετήστε ως προς την σύγκλιση τις ακολουθίες

α) $a_n = \frac{a^n - b^n}{a^n + b^n}$.

β) $b_n = \sqrt[n]{a^n + b^n}$.

κατά περίπτωση ανάλογα με το αν $a > b$, $a = b$, $a < b$.

Απάντηση