

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 2

Άσκηση 1. Να εξετασθεί αν οι παρακάτω ακολουθίες είναι αύξουσες ή φθίνουσες.

α) (a_n) με $a_n = \frac{n}{2^n}$.

β) (a_n) με $a_n = \frac{n!}{n^n}$.

γ) (a_n) με $a_n = \frac{n^2+n}{3^n}$.

Άσκηση 2. Μελετήστε ως προς την σύγκλιση, συμπεριλαμβανομένης και της σύγκλισης στο άπειρο, τις ακολουθίες (a_n) με

α) $a_n = \sqrt{n+5} + \sqrt{n}$.

β) $a_n = \sqrt{n+5} - \sqrt{n}$.

γ) $a_n = \frac{\sqrt{n^2+5} - \sqrt{n}}{n}$.

δ) $a_n = \frac{\sqrt{n+5} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt{n}}$.

ε) $a_n = \frac{\sqrt{2n+5} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$.

Άσκηση 3. Να εξετασθούν αν οι παρακάτω ακολουθίες (a_n) είναι αύξουσες ή φθίνουσες.

α) $a_n = \frac{4 \cdot 6 \cdot 8 \cdots (2n+2)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdots (2n+3)}$.

β) $a_n = \frac{3a_n^2+1}{a_n+1}$ και $a_1 = 1$.

Άσκηση 4. α) Μελετήστε ως προς την σύγκλιση την αναδρομική ακολουθία που δίδεται από τον τύπο $a_{n+1} = \frac{2a_n+1}{3}$, με $a_1 = 2$.

β) Μπορείτε να γράψετε το a_n ως έκφραση τού n (δηλ να βρείτε ποιό είναι το a_n);

Άσκηση 5. Μελετήστε ως προς την σύγκλιση την αναδρομική ακολουθία που δίδεται από τον τύπο $a_{n+1} = 2\sqrt{a_n} + 1$, με

α) $a_1 = 5$.

β) $a_1 = 6$.