

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3

Άσκηση 1. Βρείτε τό πεδίο ορισμού και τό αντίστοιχο πεδίο τιμών τών παρακάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = \sqrt{x+4}$

β) $f(x) = \sqrt{2-\sqrt{x}}$

γ) $f(x) = \sqrt{1+\cos 2x}$

δ) $f(x) = \tan(x/2)$

Άσκηση 2. Βρείτε τά γραφήματα τών παρακάτω συναρτησεων $f : I \rightarrow R$, όπου:

α) $f(x) = x^2 - 3, I = [1, 2]$

β) $f(x) = (x-1)^2 + 4, I = [0, 1]$

γ) $f(x) = x^2 + 6x + 1, I = \mathbb{R}$

δ) $f(x) = \frac{1}{x-2}, I = [0, 2)$

ε) $f(x) = |2x-5|, I = [-10, 10]$

στ) $f(x) = x - [x], I = (-2, 2)$. (Υπόδειξη: Ποιά είναι η συνάρτηση σε κάθε ένα από τά διαστήματα $(-2, -1), [-1, 0), [0, 1), [1, 2)$;

Υπενθύμιση: Αν $x \in \mathbb{R}$, συμβολίζουμε ως $[x]$ τόν μεγαλύτερο ακέραιο που δεν υπερβαίνει τόν x .

ζ) $f(x) = \ln(x+2), I = \text{μέγιστο δυνατό}$.

η) $f(x) = \log_{1/2}(x-5), I = \text{μέγιστο δυνατό}$.

Άσκηση 3. Βρείτε τις αντίστροφες τών συναρτήσεων $f : I \rightarrow R$, όπου:

α) $f(x) = \frac{x+1}{3}, I = [0, 2]$

β) $f(x) = x^2 + 2, I = (1, 2)$

γ) $f(x) = \frac{1}{x+1}, I = [0, 1]$

Άσκηση 4. α) Λύστε τήν εξίσωση $e^x + e^{-x} = 3$ (η απάντηση θα είναι έκφραση που περιέχει λογάριθμο).

β) Λύστε τήν εξίσωση : $\ln(x-2) - \ln(6x) = 2$.

γ) Λύστε τήν εξίσωση : $\ln(x-1) - \ln x = 1 - \ln 2$.

Άσκηση 5. α) Γράψτε τό $\ln(\frac{1}{64})$ ως έκφραση τού $\ln 2$.

β) Γράψτε τό $\ln(\sqrt[5]{3})$ ως έκφραση τού $\ln 3$.

γ) Γράψτε τό $\log_4(\sqrt[7]{3})$ ως έκφραση τών $\ln 3, \ln 2$

Άσκηση 6. α) Δείξτε ότι $\log_2 3 > \log_6 9$.

β) Λύστε τήν εξίσωση $x^{x^2+5x+2} = x^2$.