

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι, ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜ. 2015-16
ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Τετάρτη 23 Σεπτεμβρίου: Ακολουθίες αριθμών. Ορισμοί και παραδείγματα. Όρια ακολουθιών. Ορισμοί και παραδείγματα ορίων με βάση τον ορισμό. Η μοναδικότητα του ορίου.

Δευτέρα 28 Σεπτεμβρίου: Φραγμένες ακολουθίες. Αν μιά ακολουθία συγκλίνει τότε είναι φραγμένη. Άνω και κάτω φράγμα ακολουθίας και η σχέση του με τό όριο τής ακολουθίας. Αθροίσματα, διαφορές, γινόμενα και πηλίκα ακολουθιών και οι βασικές ιδιότητες τών ορίων. Παραδείγματα εφαρμογής τών ιδιοτήτων στην εύρεση τών ορίων.

Τετάρτη 30 Σεπτεμβρίου: Απόδειξη τών βασικών ιδιοτήτων τών ορίων. Τό όριο τής $\sqrt{a_n}$ ($a_n \geq 0$) όταν $\lim a_n = c$. Τό κριτήριο τού εγχιβωτισμού (παρεμβολής). Η μαθηματική επαγωγή. Εφαρμογές τού κριτηρίου εγχιβωτισμού.

Δευτέρα 5 Οκτωβρίου: Αύξουσες - φθίνουσες (μονότονες) ακολουθίες. Η ύπαρξη ορίου για μονότονες φραγμένες ακολουθίες. Υπακολουθίες.

Τετάρτη 7 Οκτωβρίου: Όριο στο άπειρο. Αναδρομικές ακολουθίες.

Δευτέρα 12 Οκτωβρίου: Διαστήματα τής ευθείας των πραγματικών αριθμών. Συναρτήσεις. Πεδία ορισμού και τιμών. Γράφημα συνάρτησης. Παραδείγματα γραφημάτων. Ο ορισμός τού a^x , για $a > 0$ και $x \in \mathbb{R}$.

Τετάρτη 14 Οκτωβρίου: Γνησίως αύξουσες και φθίνουσες συναρτήσεις. Συναρτήσεις 1-1 και η αντίστροφη συνάρτηση. Η εκθετική συνάρτηση $f_a(x) = a^x$, $a > 0, a \neq 1$ και η αντίστροφη τής λογαριθμική $f_a^{-1}(x) = \log_a x$. Ο νεπέριος λογάριθμος $\ln x$. Ιδιότητες τού νεπέριου λογαρίθμου. Ο τύπος $\log_a x = \ln x / \ln a$.

Δευτέρα 19 Οκτωβρίου: Οι τριγωνομετρικές και οι αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις. Υπολογισμοί με αντίστροφους τριγωνομετρικούς αριθμούς. Σύνθεση συναρτήσεων.

Τετάρτη 21 Οκτωβρίου: Συνάρτηση ορισμένη γύρω, δεξιά ή αριστερά από ένα σημείο. Ορισμός τού ορίου συνάρτησης. Βασικές ιδιότητες ορίων. Τό κριτήριο τού εγχιβωτισμού (παρεμβολής). Τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$. Τό όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Πλευρικά όρια συναρτήσεων.

Δευτέρα 26 Οκτωβρίου: Τα όρια $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ και τα αντίστοιχα πλευρικά όρια. Κατακόρυφες ασύμπτωτες γραφήματος. Τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$. Οριζόντιες ασύμπτωτες γραφήματος. Τα όρια $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$. Συνέχεια συνάρτησης σε σημείο τού πεδίου ορισμού τής. Συνεχείς συναρτήσεις. Γεωμετρική ερμηνεία.

Τετάρτη 28 Οκτωβρίου: Αργία.

Δευτέρα 2 Νοεμβρίου: Ιδιότητες συνεχών συναρτήσεων. Η σύνθεση συνεχών συναρτήσεων είναι συνεχής συνάρτηση. Οι βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες. Η συνέχεια των τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Η αντίστροφη συνεχούς συνάρτησης είναι συνεχής. Τό θεώρημα μεγίστου-ελαχίστου για μια συνεχή συνάρτηση ορισμένη σε κλειστό διάστημα. Τό θεώρημα της ενδιάμεσης τιμής για συνεχείς συναρτήσεις που ορίζονται σε κλειστό διάστημα $[a, b]$.

Τετάρτη 4 Νοεμβρίου: Εφαρμογές των παραπάνω θεωρημάτων. Ο ορισμός της $\sqrt[n]{a}$, $n =$ περιττός φυσικός και $a \in \mathbb{R}$. Κλίση μιάς ευθείας. Παράγωγος συνάρτησης σε σημείο -γεωμετρική ερμηνεία. Η εφαπτόμενη ευθεία γραφήματος συνάρτησης σε ένα σημείο του. Παραδείγματα υπολογισμού παραγώγου με βάση τον ορισμό. Η διωνυμική ταυτότητα και η παράγωγος της $f(x) = x^n$.

Δευτέρα 9 Νοεμβρίου: Η παράγωγος της $f(x) = x^a$, $a \in \mathbb{R}$. Ιδιότητες παραγώγων. Η παράγωγος σύνθετης συνάρτησης. Ο κανόνας της αλυσίδας. Η παράγωγος των τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Η παράγωγος εκθετικών συναρτήσεων. Η παράγωγος της αντίστροφης συνάρτησης. Η παράγωγος της λογαριθμικής συνάρτησης. Η παράγωγος των αντίστροφων τριγωνομετρικών συναρτήσεων.

Τετάρτη 11 Νοεμβρίου: Αργία.

Δευτέρα 16 Νοεμβρίου: Εύρεση εφαπτόμενων σε καμπύλες του επιπέδου που δίδονται από μία εξίσωση (πεπλεγμένες συναρτήσεις). Τό θεώρημα του Fermat. Το θεώρημα του Rolle. Το Θεώρημα της μέσης τιμής.

Τετάρτη 18 Νοεμβρίου: Αύξουσες, φθίνουσες συναρτήσεις και το κριτήριο της παραγώγου. Τοπικά μέγιστα και ελάχιστα (τοπικά ακρότατα). Κρίσιμα σημεία. Γραφήματα συναρτήσεων που στρέφουν τα κοίλα προς τα άνω ή προς τα κάτω. Το κριτήριο της δευτέρας παραγώγου.

Δευτέρα 23 Νοεμβρίου: Γραφήματα συναρτήσεων (πλήρης μελέτη). Εύρεση μέγιστης και ελάχιστης τιμής συνεχούς συνάρτησης με πεδίο ορισμού ένα κλειστό διάστημα $[a, b]$. Πρακτικά προβλήματα με συναφείς ρυθμούς μεταβολής, μέγιστα και ελάχιστα. Ο κανόνας του de l' Hospital.

Τετάρτη 25 Νοεμβρίου: Τό ορισμένο ολοκλήρωμα. Ο ορισμός ως όριο αθροισμάτων. Η γεωμετρική ερμηνεία: εμβαδόν κάτω από τό γράφημα συνάρτησης. Γεωμετρικές και αλγεβρικές ιδιότητες. Τό Θεώρημα της Μέσης Τιμής του Ολοκληρωτικού Λογισμού. Η αντιπαράγωγος (παράγουσα) μιας συνάρτησης.

Δευτέρα 30 Νοεμβρίου: Το αόριστο ολοκλήρωμα. Αόριστα ολοκληρώματα απλών συναρτήσεων. Οι βασικές ιδιότητες. Το Θεμελιώδες Θεώρημα του Απειροστικού Λογισμού. Ο υπολογισμός του ορισμένου ολοκληρώματος δια μέσου του αορίστου ολοκληρώματος. Παραδείγματα. Υπολογισμοί εμβαδών χωρίων του επιπέδου.

Τετάρτη 2 Δεκεμβρίου: Η μέθοδος τής αντικατάστασης. Τριγωνομετρικές ταυτότητες. Υπολογισμός τριγωνομετρικών ολοκληρωμάτων.

Δευτέρα 7 Δεκεμβρίου: Ολοκλήρωση κατά μέρη (παραγοντική ολοκλήρωση). Ολοκλήρωση ρητών συναρτήσεων: Ρητές συναρτήσεις που ο παρονομαστής είναι πολυώνυμο πρώτου βαθμού. Ρητές συναρτήσεις που ο παρονομαστής είναι πολυώνυμο δευτέρου βαθμού α) με διακρίνουσα αρνητική, β) με διακρίνουσα μηδέν. Ολοκλήρωση ρητών συναρτήσεων που ο παρονομαστής είναι πολυώνυμο δευτέρου βαθμού με διακρίνουσα θετική - η μέθοδος των απλών κλασμάτων.

Δευτέρα 7 Δεκεμβρίου - μάθημα αναπλήρωσης: Ολοκλήρωση ρητών συναρτήσεων που ο παρονομαστής είναι γινόμενο τής μορφής $(x-a)(x-b)(x-c)$ ή $(x-a)^2(x-b)$. Σειρές αριθμών. Η ακολουθία των μερικών αθροισμάτων. Σύγκλιση και απόκλιση σειράς. Παραδείγματα. Τό γεωμετρικό άθροισμα και τό όριό του. Η γεωμετρική σειρά.

Τετάρτη 9 Δεκεμβρίου: Αν η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ συγκλίνει τότε $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Σειρές με θετικούς όρους. Το κριτήριο τής απόλυτης σύγκλισης. Τό κριτήριο τής σύγκρισης. Τό κριτήριο τού λόγου. Τό κριτήριο τού ολοκληρώματος.

Δευτέρα 14 Δεκεμβρίου: Το κριτήριο τής οριακής σύγκρισης. Προσεγγίσεις. Χρήση τού ΘΜΤ και τής γενίκευσής του για τήν εκτίμηση σφάλματος προσέγγισης.

Τετάρτη 16 Δεκεμβρίου: Πολυώνυμα Taylor. Το θεώρημα τού Taylor. Δυναμοσειρές. Πεδίο σύγκλισης (ορισμού) δυναμοσειράς. Η δυναμοσειρά Taylor μιας συνάρτησης και τό αντίστοιχο Θεώρημα. Οι συναρτήσεις ως δυναμοσειρές και εφαρμογές.