

ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜ. 2013-14
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 2

Άσκηση 1. Θεωρούμε την λογαριθμική σπείρα $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$ (βλ. παράδειγμα 1.2.2 τού βιβλίου).

α) Βρείτε αναπαραμέτρησή της ως προς μήκος τόξου.

β) Υπολογίστε την προσημασμένη καμπυλότητά της.

γ) Δείξτε ότι το διάνυσμα $\gamma(t)$ σχηματίζει γωνία $\pi/4$ με το διάνυσμα ταχύτητας $\dot{\gamma}(t)$, για κάθε t .

Άσκηση 2. Να υπολογισθούν τα $\vec{t}, \vec{\eta}, \vec{b}$ της καμπύλης $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ με $\alpha(t) = (\frac{(1+t)^{3/2}}{3}, \frac{(1-t)^{3/2}}{3}, \frac{t}{\sqrt{2}})$ και να βρεθούν η καμπυλότητα και η στρέψη.

Άσκηση 3. Βρείτε την καμπυλότητα και την στρέψη για τις παρακάτω καμπύλες του χώρου:

α) $\alpha(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t), bt)$.

β) $\alpha(t) = (a(3t - t^2), 3at^2, a(3t + t^3))$.