

ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜ. 2013-14
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3

Άσκηση 1. Αν όλες οι εφαπτόμενες μιας καμπύλης του χώρου περνάνε από ένα σταθερό σημείο, δείξτε ότι η καμπύλη είναι μια ευθεία.

Άσκηση 2. Αν όλες οι κύριες κάθετοι μιας καμπύλης του χώρου περνάνε από ένα σταθερό σημείο, δείξτε ότι η καμπύλη είναι κύκλος.

Άσκηση 3. Για ποιές συναρτήσεις $f(t)$ η καμπύλη $\gamma(t) = (R \cos t, R \sin t, f(t))$, όπου $R > 0$ μια θετική σταθερά, είναι επίπεδη καμπύλη;

Άσκηση 4. Εστω $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ η καμπύλη του χώρου με

$$\gamma(t) = \left(\frac{t}{2\sqrt{2}} + 3 \sin \frac{t}{2\sqrt{2}}, 2 \cos \frac{t}{2\sqrt{2}}, \sqrt{\frac{3}{8}}t - \sin \frac{t}{2\sqrt{2}} \right).$$

Δείξτε ότι η γ είναι μια έλικα δηλ. μια μετατόπιση (κάτω από ισομετρία) καμπύλης α με $\alpha(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$, όπου $a > 0, b \neq 0$.