

## ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 2

**Άσκηση 1.** Βρείτε τα παρακάτω όρια, αν υπάρχουν

α)

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x^2 - 9}$$

β)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x + 3}{x^2 - 9}$$

γ)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]^2 - 9}{x^2 - 9}$$

δ)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x} + 1 \right) \left( \frac{5x^2 - 1}{x^2} \right)$$

ε)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \cos \frac{1}{x} \right)$$

στ)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x + 1}$$

ζ)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$$

η)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 1}{x^3 + x^2 + 2}$$

θ)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x\sqrt{x + x^2} - 1}$$

**Άσκηση 2.** Δείξτε ότι οι παρακάτω εξισώσεις έχουν έχει μία λύση.

α)  $\cos x = x$

β)  $x(x - 1)^2 = 1$

γ)  $\sqrt{x} + \sqrt{1 + x} = 4$

δ)  $2 \sin x - x = 0$

**Άσκηση 3.** Έστω

$$f(x) = \begin{cases} \cos x + x, & \text{αν } x \geq 0 \\ [x + 2], & \text{αν } x < 0. \end{cases}$$

α) Είναι η  $f(x)$  συνεχής στο  $x = 0$  ;

β) Είναι η  $f(x)$  παραγωγίσιμη στο  $x = 0$  ;

**Άσκηση 4.** Ποιά τιμή πρέπει να δώσουμε στο  $a$  ώστε η παρακάτω συνάρτηση να είναι συνεχής στο  $x = 3$ ;

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{αν } x < 3 \\ 2ax, & \text{αν } x \geq 3. \end{cases}$$

**Άσκηση 5.** Ποιά τιμή πρέπει να δώσουμε στο  $a$  ώστε η παρακάτω συνάρτηση να είναι συνεχής στο  $x = 4$ ;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{|x-4|}, & \text{αν } x \neq 4 \\ a, & \text{αν } x = 4. \end{cases}$$

**Άσκηση 6.** Σε ποίο σημείο τού γραφήματος τής συνάρτησης  $f(x) = \sqrt{x}$  η εφαπτόμενη έχει κλίση  $\frac{1}{4}$ ;

**Άσκηση 7.** Σε ποίο σημείο τού γραφήματος τής συνάρτησης  $f(x) = x^3$  η εφαπτόμενη τέμνει τον  $x$ -άξονα στο σημείο  $(1, 0)$ ;

**Άσκηση 8.** Βρείτε πόσες εφαπτόμενες τού γραφήματος τής συνάρτησης  $y = x^2$  διέρχονται από το σημείο  $(1, 4)$ . Γράψτε τις εξισώσεις τους.