

## ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3

**Άσκηση 1.** Βρείτε τις εφαπτόμενες στην καμπύλη  $y = x^3 + x$  των οποίων η κλίση είναι ίση με 4. Σε ποιο σημείο τής καμπύλης η κλίση τής εφαπτόμενης έχει την ελάχιστη τιμή;

**Άσκηση 2.** Βρείτε την παράγωγο  $\frac{dy}{dx}$  όπου

α)  $y = (x - 1)(x^2 + 1)^{-2}$

β)  $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

γ)  $y = \ln(x^3 + 1)$

δ)  $y = \cos(\sqrt{x^2 + 1})$

ε)  $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

στ)  $y = 5^{x^2+1}$

ζ)  $y = \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$

η)  $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$

θ)  $y = e^{\sin x}$

ι)  $y = \left(\frac{\sin u}{1+\cos u}\right)^2$

κ)  $y = \tan^{-1}(x^2 + 1)$ .

**Άσκηση 3.** Βρείτε την δεύτερη παράγωγο  $\frac{d^2y}{dx^2}$  όπου

α)  $y = \cos(\sin x)$

β)  $y = \frac{\ln x}{x}$

**Άσκηση 4.** Βρείτε τις κλίσεις των παρακάτω καμπυλών στα σημεία που δίδονται

α)  $(x + y)^3 + (x + y)^4 = x^2 + y^2 + 22$  στο σημείο  $(1, 1)$ .

β)  $x^2y^2 + 1 = x^2 + y^2$  στο σημείο  $(2, 1)$ .

γ)  $3x^2 + xy + y^2 = 9$  στο σημείο  $(1, 2)$ .

**Άσκηση 5.** Έστω  $x(t) = 3t^2 + 1$ ,  $y(t) = 2t^4 + 1$ . Βρείτε τα  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

**Άσκηση 6.** Βρείτε την εφαπτόμενη τής καμπύλης που δίδεται από τις παραμετρικές εξισώσεις

$$x(t) = t^2 + \frac{1}{t}, \quad y(t) = t^2 - t + 1$$

στο σημείο που αντιστοιχεί σε  $t = 2$ .

**Άσκηση 7.** Βρείτε το  $\frac{dy}{dx}$  στην περίπτωση που τα  $y, x$  ικανοποιούν την εξίσωση:

α)  $\sin(xy) = 1$

β)  $2\sqrt{y} = x + y$

γ)  $\cos x + \sin y = xy$

**Άσκηση 8.** Βρείτε τους παρακάτω αριθμούς:

α)  $\sin(\cos^{-1} 0.3)$

β)  $\sin(\tan^{-1} \sqrt{5})$

$$\begin{aligned}\gamma) & \tan(\cos^{-1} 1/3) \\ \delta) & \cos(\tan^{-1} \sqrt{2}) \\ \epsilon) & \cot(\tan^{-1} \sqrt{3})\end{aligned}$$