

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 6

Άσκηση 1. Υπολογίστε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα:

α) $\int x^2 \ln x \, dx$.

β) $\int \frac{x}{\cos^2 x} \, dx$.

γ) $\int x \cos 3x \, dx$.

δ) $\int x^2 \sin x \, dx$.

ε) $\int x^3 e^{-x} \, dx$.

στ) $\int x(\ln x)^2 \, dx$.

ζ) $\int \sin(\ln x) \, dx$.

η) $\int e^x \cos x \, dx$.

θ) $\int \frac{\ln x}{x} \, dx$.

ι) $\int (x+1)^2 e^x \, dx$.

Άσκηση 2. Υπολογίστε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα:

α) $\int \sin^5 x \, dx$.

β) $\int \sin^4 x \, dx$.

γ) $\int \sin^2 x \cos^4 x \, dx$.

δ) $\int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} \, dx$.

ε) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} \, dx$.

Άσκηση 3. Υπολογίστε τα παρακάτω ορισμένα ολοκληρώματα:

α) $\int_{1/2}^2 \sqrt{2x+3} \, dx$.

β) $\int_{-\pi}^0 \frac{\sin x}{3+\cos x} \, dx$.

γ) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 2x \cos^3 2x \, dx$.

δ) $\int_0^{\pi} e^{\cos x} \sin x \, dx$.

ε) $\int_0^1 x\sqrt{1-x} \, dx$.

στ) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin x \sin 2x \, dx$.

Άσκηση 4. Βρείτε την παράγωγο $\frac{dF}{dx}$ όταν η F ορίζεται ως:

α) $F(x) = \int_1^x \frac{1+t}{t} \, dt$.

β) $F(x) = \int_x^2 e^{2t} \, dt$.

$$\gamma) F(x) = \int_1^{\sin x} \frac{1}{1+t} dt .$$

$$\delta) F(x) = \int_{\sqrt{x}}^2 \cos(t^2) dt .$$

Άσκηση 5. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int_0^{2\pi} \sin x dx .$$

$$\beta) \int_0^{2\pi} |\sin x| dx .$$

Άσκηση 6. Δείξτε ότι

$$\int_1^e \ln t dt = \int_e^1 \ln \frac{1}{t} dt$$