

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 4

Άσκηση 1. Να βρείτε τα όρια

α)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^5 + x^2}.$$

β)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}.$$

γ)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^2)}{x}.$$

Άσκηση 2. Δείξτε ότι οι παρακάτω εξισώσεις έχουν μία λύση στο \mathbb{R} .

α) $\cos x = x$.

β) $x(x-1)^2 = 1$.

γ) $\sqrt{x} + \sqrt{1+x} = 4$.

δ) $2 \sin x - x = 0$.

Άσκηση 3. Δείξτε ότι υπάρχει αριθμός a τέτοιος ώστε $\sin a = a - 1$.

Άσκηση 4. Έστω

$$f(x) = \begin{cases} \cos x + x, & \text{αν } x \geq 0 \\ [x + 2], & \text{αν } x < 0. \end{cases}$$

Είναι η $f(x)$ συνεχής στο $x = 0$;

Άσκηση 5. Ποιά τιμή πρέπει να δώσουμε στο a ώστε η παρακάτω συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x = 3$;

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{αν } x < 3 \\ 2ax, & \text{αν } x \geq 3. \end{cases}$$

Άσκηση 6. Ποιά τιμή πρέπει να δώσουμε στο a ώστε η παρακάτω συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x = 4$;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{|x-4|}, & \text{αν } x \neq 4 \\ a, & \text{αν } x = 4. \end{cases}$$

Άσκηση 7. Θεωρούμε την συνάρτηση $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$. Επεκτείνεται η παραπάνω συνάρτηση συνεχώς στο \mathbb{R} ;