

## ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 5

**Άσκηση 1.** Να βρεθεί η παράγωγος των συναρτήσεων:

α)  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ .

β)  $f(x) = \cos(\sqrt{x^2 + 1})$ .

γ)  $f(x) = \frac{1}{\tan x}$ .

δ)  $f(x) = \ln(2x^2 + 3)$ .

ε)  $f(x) = 5^{x^3+1}$ .

στ)  $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$ .

ζ)  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ .

η)  $f(x) = e^{\sin x}$ .

θ)  $f(x) = \cos^{-1}(\sqrt{x})$ .

**Άσκηση 2.** Σε ποίο σημείο τού γραφήματος τής συνάρτησης  $f(x) = \sqrt{x}$  η εφαπτόμενη έχει κλίση  $\frac{1}{4}$ ;

**Άσκηση 3.** Σε ποίο σημείο τού γραφήματος τής συνάρτησης  $f(x) = x^3$  η εφαπτόμενη τέμνει τον  $x$ -άξονα στο σημείο  $(1, 0)$ ;

**Άσκηση 4.** Βρείτε πόσες εφαπτόμενες τού γραφήματος τής συνάρτησης  $y = x^2$  διέρχονται από το σημείο  $(1, 4)$ . Γράψτε τις εξισώσεις τους.

**Άσκηση 5.** Να βρεθούν τα σημεία τού γραφήματος τής συνάρτησης  $y = \tan x$  στα οποία η εφαπτόμενη είναι παράλληλη προς την ευθεία  $y + x = 0$ .

**Άσκηση 6.** Δείξτε ότι οι παρακάτω εξισώσεις έχουν ακριβώς μία λύση στα δοσμένα διαστήματα:

α)  $x^4 + 3x + 1 = 0$  στο διάστημα  $[-2, -1]$ .

β)  $2x^3 - 3x^2 - 12x - 6 = 0$  στο διάστημα  $[-1, 0]$ .

**Άσκηση 7.** Βρείτε τις κλίσεις των παρακάτω καμπυλών στα σημεία που δίδονται

α)  $(x + y)^3 + (x + y)^4 = x^2 + y^2 + 22$  στο σημείο  $(1, 1)$ .

β)  $x^2y^2 + 1 = x^2 + y^2$  στο σημείο  $(2, 1)$ .

γ)  $3x^2 + xy + y^2 = 9$  στο σημείο  $(1, 2)$ .

**Άσκηση 8.** Βρείτε το  $\frac{dy}{dx}$  στην περίπτωση που τα  $x, y$  ικανοποιούν την εξίσωση:

α)  $\sin(xy) = 1$

β)  $2\sqrt{y} = x + y$

γ)  $\cos x + \sin y = xy$

**Άσκηση 9.** Εξετάστε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι παραγωγίσιμες στό  $x = 0$ :

α)  $f(x) = |\sin x|$

β)  $f(x) = |x^2 \sin x|$ .