

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3

Άσκηση 1. Να βρείτε τα όρια

α)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) \left(\frac{5x^2 - 1}{x^2} \right)$$

β)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \cos \frac{1}{x} \right)$$

γ)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x + 1}$$

δ)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$$

ε)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 1}{x^3 + x^2 + 2}$$

στ)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x\sqrt{x} + x^2 - 1}$$

Άσκηση 2. Να βρείτε τα όρια

α)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^5 + x^2}$$

β)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$$

γ)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^2)}{x}$$

Άσκηση 3. Δείξτε ότι οι παρακάτω εξισώσεις έχουν μιά λύση στο \mathbb{R} .

α) $\cos x = x$.

β) $x(x - 1)^2 = 1$.

γ) $\sqrt{x} + \sqrt{1 + x} = 4$.

δ) $2 \sin x - x = 0$.

Άσκηση 4. Δείξτε ότι υπάρχει αριθμός a τέτοιος ώστε $\sin a = a - 1$.

Άσκηση 5. Έστω

$$f(x) = \begin{cases} \cos x + x, & \text{αν } x \geq 0 \\ [x + 2], & \text{αν } x < 0. \end{cases}$$

Είναι η $f(x)$ συνεχής στο $x = 0$;

Άσκηση 6. Ποιά τιμή πρέπει να δώσουμε στο a ώστε η παρακάτω συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x = 3$;

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{αν } x < 3 \\ 2ax, & \text{αν } x \geq 3. \end{cases}$$

Άσκηση 7. Ποιά τιμή πρέπει να δώσουμε στο a ώστε η παρακάτω συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x = 4$;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{|x-4|}, & \text{αν } x \neq 4 \\ a, & \text{αν } x = 4. \end{cases}$$

Άσκηση 8. Σε ποίο σημείο τού γραφήματος τής συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x}$ η εφαπτόμενη έχει κλίση $\frac{1}{4}$;

Άσκηση 9. Βρείτε πόσες εφαπτόμενες τού γραφήματος τής συνάρτησης $y = x^2$ διέρχονται από το σημείο $(1, 4)$. Γράψτε τις εξισώσεις τους.