

## ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 11

**Άσκηση 1.** Βρείτε τα πολυώνυμα Taylor βαθμού  $n = 5$ , κέντρου 0, για τις παρακάτω συναρτήσεις:

α)  $f(x) = \cos x$ ,

β)  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ,

γ)  $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ ,

δ)  $f(x) = x^3 + 2x + 1$ ,

ε)  $f(x) = x^6 + 3x^4 + x - 1$ .

**Άσκηση 2.** Χρησιμοποιήστε το θεώρημα του Taylor για να υπολογίσετε το  $\sqrt{1,02}$  με σφάλμα μικρότερο του  $10^{-2}$ .

**Άσκηση 3.** Χρησιμοποιήστε το θεώρημα του Taylor για να υπολογίσετε το  $\sqrt[3]{8,5}$  με σφάλμα μικρότερο του  $10^{-2}$ .

**Άσκηση 4.** Χρησιμοποιήστε το θεώρημα του Taylor για να υπολογίσετε το  $e^{0.3}$  με σφάλμα μικρότερο του  $10^{-4}$ .

**Άσκηση 5.** Γράψτε το πολυώνυμο  $f(x) = x^5 + 3x^4 - 2x^2 + x - 1$  ως ένα πολυώνυμο σε δυνάμεις τού  $(x + 2)$  (Ύπόδειξη: χρήση τού Θεωρήματος Taylor).

**Άσκηση 6.** Υπολογίστε τα παρακάτω αθροίσματα:

α)  $3^5 + 3^6 + \dots + 3^n$ .

β)  $\frac{1}{5} - \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{5^4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{5^n}$ .

γ)  $2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2n}$ .

δ)  $2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2n+1}$ .

**Άσκηση 7.** Συμβολίζουμε ως  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  την σειρά  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ . Εξετάστε ποιές από τις παρακάτω σειρές συγχλίνουν και ποιές αποκλίνουν. Στην περίπτωση που συγχλίνουν, βρείτε πού συγχλίνουν.

α)  $\frac{11}{100} + \frac{11}{100^2} + \frac{11}{100^3} + \dots + \frac{11}{100^n} + \dots$ .

β)  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}$ .

γ)  $\frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{4^5} + \dots + \frac{1}{4^n} + \dots$ .

δ)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2^n} + \frac{2}{3^n} \right)$ .

ε)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{5^n}$ .

στ)  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\pi)$ .

ζ)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{3})^n$ .

$$\eta) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}.$$

$$\vartheta) \frac{3^5}{4^3} - \frac{3^6}{4^4} + \frac{3^7}{4^5} - \frac{3^8}{4^6} + \dots.$$