

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3

Άσκηση 1. Υπολογίστε τα παρακάτω όρια συναρτήσεων (εάν υπάρχουν):

α)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x + 1},$$

β)

$$\lim_{x \rightarrow 0} [x],$$

γ)

$$\lim_{x \rightarrow 0} x[x],$$

Άσκηση 2. Υπολογίστε τα παρακάτω όρια συναρτήσεων (εάν υπάρχουν):

α)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{[x]}$$

β)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|}$$

γ)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|}$$

δ)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{|x|}$$

ε)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{|x|}$$

στ)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 1) \sin x}{x}$$

ζ)

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x^2 - 9}$$

η)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x + 3}{x^2 - 9}$$

θ)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]^2 - 9}{x^2 - 9}$$

Άσκηση 3. Βρείτε τις κατακόρυφες ασύμπτωτες τού γραφήματος τής συνάρτησης $f(x) = \frac{x}{x^2 + x - 2}$.

Άσκηση 4. Να βρείτε τα όρια

α)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) \left(\frac{5x^2 - 1}{x^2} \right)$$

β)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \cos \frac{1}{x} \right)$$

γ)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x + 1}$$

δ)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$$

ε)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 1}{x^3 + x^2 + 2}$$

στ)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x\sqrt{x} + x^2 - 1}$$

Άσκηση 5. Να βρείτε τα όρια

α)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^5 + x^2}$$

β)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$$

γ)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^2)}{x}$$

Άσκηση 6. Έστω

$$f(x) = \begin{cases} \cos x + x, & \text{αν } x \geq 0 \\ [x + 2], & \text{αν } x < 0. \end{cases}$$

Είναι η $f(x)$ συνεχής στο $x = 0$;

Άσκηση 7. Ποιά τιμή πρέπει να δώσουμε στο a ώστε η παρακάτω συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x = 3$;

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{αν } x < 3 \\ 2ax, & \text{αν } x \geq 3. \end{cases}$$

Άσκηση 8. Μπορούμε να δώσουμε κάποια τιμή στο a ώστε η παρακάτω συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x = 4$;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{|x-4|}, & \text{αν } x \neq 4 \\ a, & \text{αν } x = 4. \end{cases}$$