

## ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 4

**Άσκηση 1.** Δείξτε ότι οι παρακάτω εξισώσεις έχουν μιά λύση στο  $\mathbb{R}$ .

α)  $x(x-1)^2 = 1$ .

β)  $\sqrt{x} + \sqrt{1+x} = 4$ .

γ)  $2 \sin x - x = 0$ .

**Άσκηση 2.** Δείξτε ότι υπάρχει αριθμός  $a$  τέτοιος ώστε  $\sin a = a - 1$ .

**Άσκηση 3.** Σε ποίο σημείο τού γραφήματος τής συνάρτησης  $f(x) = \sqrt{x}$  η εφαπτόμενη έχει κλίση  $\frac{1}{4}$ ;

**Άσκηση 4.** Βρείτε πόσες εφαπτόμενες τού γραφήματος τής συνάρτησης  $y = x^2$  διέρχονται από το σημείο  $(4, 1)$ . Γράψτε τις εξισώσεις τους. Το ίδιο ερώτημα για το σημείο  $(1, 4)$ .

**Άσκηση 5.** Να βρεθεί η παράγωγος των συναρτήσεων:

α)  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ .

β)  $f(x) = \cos(\sqrt{x^2+1})$ .

γ)  $f(x) = \frac{1}{\tan x}$ .

δ)  $f(x) = \ln(2x^2+3)$ .

ε)  $f(x) = 5^{x^3+1}$ .

στ)  $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$ .

ζ)  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ .

η)  $f(x) = e^{\sin x}$ .

θ)  $f(x) = \cos^{-1}(\sqrt{x})$ .

ι)  $f(x) = x^{\sqrt{x}}$ .

**Άσκηση 6.** Σε ποίο σημείο τού γραφήματος τής συνάρτησης  $f(x) = x^3$  η εφαπτόμενη τέμνει τον  $x$ -άξονα στο σημείο  $(1, 0)$ ;

**Άσκηση 7.** Να βρεθούν τα σημεία τού γραφήματος τής συνάρτησης  $y = \tan x$  στα οποία η εφαπτόμενη είναι παράλληλη προς την ευθεία  $y + x = 0$ .

**Άσκηση 8.** Εξετάστε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι παραγωγίσιμες στό  $x = 0$ :

α)  $f(x) = |\sin x|$

β)  $f(x) = |x^2 \sin x|$ .

**Άσκηση 9.** Έστω

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x + 1, & \text{αν } x \leq 0 \\ ax + b, & \text{αν } x > 0. \end{cases}$$

Μπορείτε να βρείτε  $a, b$  ώστε η παραπάνω συνάρτηση να είναι συνεχής στο 0; Μπορείτε να βρείτε  $a, b$  ώστε η παραπάνω συνάρτηση να έχει παράγωγο στο 0;