

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 6

Άσκηση 1. Μια μεταβλητή ευθεία που διέρχεται από το σημείο $(1, 2)$ τέμνει τον x -άξονα στο σημείο $A(a, 0)$ με $a > 0$ και τον y -άξονα στο σημείο $B(0, b)$ με $b > 0$. Έστω O η αρχή των αξόνων. Βρείτε για ποιές τιμές των a, b το τρίγωνο AOB έχει ελάχιστο εμβαδόν.

Άσκηση 2. Θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα δοχείο με όγκο 1000 cm^3 και με σχήμα κυλίνδρου, χωρίς καπάκι, με ένα υλικό που ζυγίζει 1 gr/cm^2 . Ποιές είναι οι διαστάσεις τού ελαφρότερου δοχείου;

Άσκηση 3. Ένα σφαιρικό μπαλόνι φουσκώνεται με αέριο με ρυθμό $10 \text{ cm}^3/\text{sec}$. Πόσο γρήγορα αυξάνεται η ακτίνα τού μπαλονιού όταν το μήκος της είναι 30 cm ;

Άσκηση 4. Ένα σημείο κινείται στην καμπύλη $3x^2 - y^2 = 12$ έτσι ώστε η y -συντεταγμένη του αυξάνεται με ρυθμό 6 m/sec . Με ποιό ρυθμό αλλάζει η x -συντεταγμένη του όταν το $x = 4 \text{ m}$;

Άσκηση 5. Ένα τρίγωνο εγγεγραμμένο σε ένα κύκλο έχει ως βάση του την οριζόντια διάμετρο τού κύκλου. Δείξτε ότι το τρίγωνο έχει μέγιστο εμβαδόν όταν είναι ισοσκελές.

Άσκηση 6. Βρείτε τα παρακάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2x - \pi}{\cos x}$

β) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{1 + \cos 2x}$

γ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x + 7\sqrt{x}}$

δ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos x - 1)}{\sin x - x}$

ε) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

στ) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + x})$

ζ) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^x$

η) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 \ln x$

θ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$

ι) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$

Άσκηση 7. Υπολογίστε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα:

α) $\int x \sqrt{2x^2 - 1} dx$.

β) $\int x(x^2 + 1)^{2/3} dx$.

γ) $\int x(x^2 + 8)^{100} dx$.

$$\delta) \int \frac{4x}{\sqrt{x^2+1}} dx .$$

$$\epsilon) \int (x+1)\sqrt{x^2+2x} dx .$$

$$\sigma\tau) \int \cos^2 5x \sin 5x dx .$$