

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 7

Άσκηση 1. Υπολογίστε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα:

α) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx$.

β) $\int x^4(6-x^5)^3 dx$.

γ) $\int \frac{1}{\sqrt{x(1+\sqrt{x})^2}} dx$.

δ) $\int \frac{1}{y^2-2y+1} dx$.

ε) $\int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx$.

ζ) $\int \frac{1}{x^2} \cos^2(1/x) dx$.

η) $\int \frac{2 \cos x}{(1+\sin x)^4} dx$.

Άσκηση 2. Υπολογίστε τα παρακάτω ορισμένα ολοκληρώματα:

α) $\int_{1/2}^2 \sqrt{2x+3} dx$.

β) $\int_{-\pi}^0 \frac{\sin x}{3+\cos x} dx$.

γ) $\int_0^\pi e^{\cos x} \sin x dx$.

δ) $\int_0^1 x\sqrt{1-x} dx$.

ε) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin x \sin 2x dx$.

Άσκηση 3. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

α) $\int_0^{2\pi} \sin x dx$.

β) $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$.

Άσκηση 4. α) Βρείτε το εμβαδόν τού χωρίου που περικλείεται από την παραβολή $y = -3x^2 + 12$ και τον x -άξονα.

β) Βρείτε το εμβαδόν τού χωρίου που περικλείεται από την παραβολή $y = 2x^2 - 4$ και τον x -άξονα.

γ) Βρείτε το εμβαδόν τού χωρίου που περικλείεται από το γράφημα τής συνάρτησης $y = |x| - 3$ και τον x -άξονα.

Άσκηση 5. Βρείτε την παράγωγο $\frac{dF}{dx}$ όταν η F ορίζεται ως:

α) $F(x) = \int_1^x 1 + t dt$.

β) $F(x) = \int_1^{\sin x} \frac{1}{1+t} dt$.

Άσκηση 6. Βρείτε τό εμβαδόν τού χωρίου που βρίσκεται πάνω από το γράφημα τής συνάρτησης $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \cos^2 x$ και κάτω από την ευθεία $y = 1$.

Άσκηση 7. Βρείτε τό εμβαδόν τού χωρίου που περικλείεται από το γράφημα τής συνάρτησης $y = -x^2 - 2x$ και την ευθεία $y = x$.

Άσκηση 8. Βρείτε τό εμβαδόν τού χωρίου που περικλείεται από τα γραφήματα των συναρτήσεων $y = 7 - 2x^2$ και $y = x^2 + 4$.

Άσκηση 9. Βρείτε τό εμβαδόν τού χωρίου που περικλείεται από τα γραφήματα των συναρτήσεων $y = x^4 - 4x^2 + 4$ και $y = x^2$.

Άσκηση 10. Βρείτε τό εμβαδόν τού χωρίου που περικλείεται από τα γραφήματα των συναρτήσεων $y = |x^2 - 4|$ και $y = (x^2/2) + 4$.