

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ #1

Άσκηση 1. Εστω (ϵ) η ευθεία στον χώρο που δίδεται από παραμετρικές εξισώσεις $x = -1+t$, $y = -2+t$, $z = -1+t$ και έστω P_0 το σημείο του χώρου με συντεταγμένες $P_0 = (3, 1, -2)$.

α) Βρείτε δύο διαφορετικά σημεία Q_1, Q_2 στην ευθεία (ϵ) .

β) Εστω $Q_t = (-1+t, -2+t, -1+t)$ το 'τυχαίο' σημείο τής ευθείας (ϵ) . Βρείτε για ποιά τιμή τής παραμέτρου t το διάνυσμα $\overrightarrow{Q_t P_0}$ είναι κάθετο στην ευθεία (ϵ) .

Άσκηση 2. Βρείτε τις παραμετρικές και τις καρτεσιανές εξισώσεις τής ευθείας που διέρχεται από το σημείο $P = (0, 2, 1)$ και έχει την διεύθυνση του διανύσματος $\vec{v} = \langle 0, 2, -1 \rangle = 2\vec{j} - \vec{k}$.

Άσκηση 3. Βρείτε τις παραμετρικές και τις καρτεσιανές εξισώσεις τής ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $P = (1, 2, 3)$ και $Q = (-2, 3, 1)$.

Άσκηση 4. Δείξτε ότι κάθε σημείο τής ευθείας με παραμετρικές εξισώσεις: $x = 1 + 2t$, $y = -1 + 3t$, $z = 2 + t$ ικανοποιεί την εξίσωση $5x - 3y - z = 6$.

Άσκηση 5. Βρείτε στο επίπεδο την απόσταση του σημείου $P = (2, 8)$ από την ευθεία $x + 3y = 6$.

Άσκηση 6. Βρείτε στο επίπεδο την απόσταση των παράλληλων ευθειών που δίνονται από τις εξισώσεις $2x + y = 3$ και $2x + y = 8$.

Άσκηση 7. Υποθέτουμε ότι τα διανύσματα \vec{v}_1 και \vec{v}_2 έχουν το ίδιο μέτρο (μήκος). Δείξτε ότι τα διανύσματα $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ και $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ είναι κάθετα μεταξύ τους.

Άσκηση 8. Βρείτε την προβολή του διανύσματος $\vec{v} = \langle 2, 1, -3 \rangle$ πάνω στο διάνυσμα $\vec{w} = \langle -1, 1, 1 \rangle$.

Άσκηση 9. Για ποιές τιμές τού b το διάνυσμα $2\vec{i} + b\vec{j}$ είναι κάθετο και στα δύο διανύσματα $-3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ και \vec{k} .

Άσκηση 10. Εστω (ϵ) η ευθεία που δίδεται από τις παραμετρικές εξισώσεις $x = 1+t$, $y = 1+t$, $z = 1+2t$ και έστω (σ) η ευθεία που δίδεται από τις παραμετρικές εξισώσεις $x = s$, $y = s$, $z = 2 - s$.

α) Δείξτε ότι οι ευθείες (ϵ) και (σ) τέμνονται σε κάποιο σημείο P , τού οποίου βρείτε τις συντεταγμένες.

β) Δείξτε ότι οι παραπάνω ευθείες τέμνονται καθέτως.