

## ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 6

**Άσκηση 1.** Υπολογίστε το ολοκλήρωμα τής συνάρτησης  $f(x, y)$  στο χωρίο  $S$ :

α)  $f(x, y) = x/y$  και  $S$  το χωρίο στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο που φράσσεται από τις ευθείες  $x = y$ ,  $y = 2x$ ,  $x = 1$  και  $x = 2$ .

β)  $f(x, y) = x - \sqrt{y}$  και  $S$  το τριγωνικό χωρίο με κορυφές τα σημεία  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  και  $(0, 1)$ .

γ)  $f(x, y) = x^3y$  και  $S$  το χωρίο που φράσσεται από τον  $y$ -άξονα και την παραβολή  $x = 3 - 4y^2$ .

δ)  $f(x, y) = (1 + x)\sin y$  και  $S$  το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 2)$  και  $(0, 1)$ .

ε)  $f(x, y) = x^2y^2$  και  $S$  το χωρίο στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο που φράσσεται από τις ευθείες  $y = x$ ,  $y = 4x$  και τις υπερβολές  $xy = 1$ ,  $xy = 2$ .

**Άσκηση 2.** Αλλάξτε την σειρά ολοκλήρωσης στα παρακάτω ολοκληρώματα:

α)  $\int_{x=0}^{x=2} \int_{y=0}^{y=4-2x} f(x, y) dy dx.$

β)  $\int_{y=0}^{y=1} \int_{x=y}^{x=\sqrt{y}} f(x, y) dx dy.$

γ)  $\int_{x=0}^{x=2} \int_{y=1}^{y=e^x} f(x, y) dy dx.$

δ)  $\int_{y=0}^{y=\sqrt{2}} \int_{x=-\sqrt{4-2y^2}}^{x=\sqrt{4-2y^2}} f(x, y) dx dy.$

**Άσκηση 3.** Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

α)  $\int_{y=0}^{y=1} \int_{x=2y}^{x=2} \cos(x^2) dx dy.$

β)  $\int_{x=0}^{x=2} \int_{y=x}^{y=2} y^2 \sin(xy) dy dx.$

**Άσκηση 4.** Βρείτε τις καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων των οποίων οι πολικές συντεταγμένες  $(r, \theta)$  δίδονται από:

α)  $(-3, \pi)$ .

β)  $(2, -\pi/3)$ .

γ)  $(-3, -\pi/4)$ .

δ)  $(-\sqrt{2}, \pi/4)$ .

ε)  $(2\sqrt{3}, 2\pi/3)$ .

**Άσκηση 5.** Σχεδιάστε το σύνολο των σημείων τού επιπέδου το οποίο, σε πολικές συντεταγμένες  $(r, \theta)$ , ορίζεται από:

**α)**  $1 \leq r \leq 2, 0 \leq \theta \leq \pi.$

**β)**  $-2 \leq r \leq -1, 0 \leq \theta \leq \pi.$

**γ)**  $r \geq 0, \theta = \pi.$

**δ)**  $r \leq 0, \theta = \pi/2.$

**ε)**  $r \cos \theta = 2, 0 \leq \theta \leq \pi.$

**στ)**  $r \sin \theta = 2, 0 \leq \theta \leq \pi.$

**ζ)**  $r \cos \theta = 2, \pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2.$

**η)**  $r = 2 + \cos \theta, 0 \leq \theta \leq 2\pi.$

**θ)**  $r = -1 + \sin \theta, 0 \leq \theta \leq 2\pi.$

**ι)**  $r = \sin 2\theta, 0 \leq \theta \leq \pi.$