

## ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 7

**Άσκηση 1.** Βρείτε τον όγκο τού στερεού στο 1<sup>ο</sup> ογδοημόριο που φράσσεται από τα επίπεδα συντεταγμένων, τον κύλινδρο  $x^2 + y^2 = 4$  και το επίπεδο  $z + y = 3$ .

**Άσκηση 2.** Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα

$$\int_{x=0}^{x=\sqrt{2}} \int_{y=0}^{y=\sqrt{2-x^2}} \int_{z=x^2+y^2}^{z=2} x \, dz \, dy \, dx$$

**Άσκηση 3.** Ολοκληρώστε την συνάρτηση  $f(x, y, z) = xy^2z^3$  πάνω στο τριδιάστατο χωρίο που φράσσεται από την επιφάνεια  $z = xy$  και τα επίπεδα  $x = y$ ,  $x = 1$  και  $z = 0$ .

**Άσκηση 4.** Βρείτε τον όγκο τού στερεού στο 1<sup>ο</sup> ογδοημόριο που φράσσεται από τα επίπεδα συντεταγμένων και τα επίπεδα  $x + z = 1$  και  $y + 2z = 2$ .

**Άσκηση 5.** Με χρήση κυλινδρικών συντεταγμένων βρείτε τον όγκο τού στερεού που ορίζεται από:

α) Περιβάλλεται από τον κύλινδρο  $x^2 + y^2 = 1$  και βρίσκεται ανάμεσα στο επίπεδο  $z = -1$  και το παραβολοειδές  $z = x^2 + y^2$ .

β) Περιβάλλεται από τον κύλινδρο  $x^2 + y^2 = 1$  και βρίσκεται ανάμεσα στα παραβολοειδή  $z = x^2 + y^2$  και  $z = x^2 + y^2 + 1$ .

γ) Φράσσεται πάνω από το παραβολοειδές  $z = 5 - x^2 - y^2$  και κάτω από το παραβολοειδές  $z = 4x^2 + 4y^2$ .

δ) Φράσσεται πάνω από την σφαίρα  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  και κάτω από το παραβολοειδές  $z = x^2 + y^2$ .

**Άσκηση 6.** Το επίπεδο  $z = 1$  χωρίζει την σφαίρα κέντρου  $(0, 0, 0)$  και ακτίνας 1 σε δύο κομμάτια. Βρείτε τον όγκο των παραπάνω κομματιών.