

## ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ #2

**Άσκηση 1.** Δείξτε ότι η απόσταση  $d$  από ένα σημείο  $(x_1, y_1)$  τού επιπέδου από την ευθεία  $ax + by = c$  δίδεται από τον τύπο

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

**Άσκηση 2.** Έστω  $(\epsilon)$  η ευθεία που ορίζεται ως η τομή των επιπέδων με εξισώσεις  $x + 2y - 2z = 5$  και  $5x - 2y - z = 0$  είναι παράλληλη στην ευθεία  $(\epsilon')$  που ορίζεται από τις παραμετρικές εξισώσεις  $x = -3 + 2t$ ,  $y = 3t$ ,  $z = 1 + 4t$ .

**Άσκηση 3.** Έστω  $(\epsilon)$  η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στο επίπεδο  $2x - y - z = 4$ . Βρείτε το σημείο τομής τής  $(\epsilon)$  με το επίπεδο  $x + y - 2z = 2$ .

**Άσκηση 4.** Έστω  $(\epsilon)$  η ευθεία που δίδεται από τις παραμετρικές εξισώσεις  $x = 2t$ ,  $y = 1 + 3t$ ,  $z = -2 - t$  και έστω  $(\sigma)$  η ευθεία που δίδεται από τις παραμετρικές εξισώσεις  $x = 2 + 2s$ ,  $y = -3 + 3s$ ,  $z = -s$ .

(α) Δείξτε ότι οι ευθείες  $(\epsilon)$  και  $(\sigma)$  είναι παράλληλες.

(β) Βρείτε την εξίσωση τού επιπέδου που ορίζουν οι παραπάνω ευθείες.

**Άσκηση 5.** Δείξτε ότι τα επίπεδα που ορίζονται από τις εξισώσεις  $Ax + By + Cz + D_1 = 0$  και  $Ax + By + Cz + D_2 = 0$  είναι παράλληλα και δείξτε ότι η απόστασή τους  $d$  δίδεται από τον τύπο

$$d = \frac{|D_1 - D_2|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

**Άσκηση 6.** Βρείτε το διάνυσμα τής ταχύτητας και τής επιτάχυνσης στον χρόνο  $t = 1$  τής κίνησης που δίδεται από την διανυσματική συνάρτηση (διάνυσμα θέσης)

$$\vec{R}(t) = (1+t) \vec{i} + \frac{t^2}{\sqrt{2}} \vec{j} + \frac{t^3}{3} \vec{k}$$

**Άσκηση 7.** Θεωρούμε την κίνηση που δίδεται από το διάνυσμα θέσης

$$\vec{R}(t) = \vec{i} + 5 \cos t \vec{j} + 3 \sin t \vec{k} \quad t \in [0, 2\pi]$$

Βρείτε για ποιές τιμές τού  $t$  το διάνυσμα ταχύτητας είναι κάθετο στο διάνυσμα επιτάχυνσης.

**Άσκηση 8.** Θεωρούμε μια κίνηση που δίδεται από το διάνυσμα θέσης  $\vec{R}(t)$  και τής οποίας η ταχύτητα σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  έχει σταθερή τιμή  $c$  (δηλ. το

$|\vec{R}'(t)| = c$ , για κάθε  $t$ ). Δείξτε ότι το διάνυσμα ταχύτητας είναι κάθετο στο διάνυσμα επιτάχυνσης σε κάθε χρονική στιγμή  $t$ .

**Άσκηση 9.** Θεωρούμε δύο σωματίδια  $P_1$  και  $P_2$  των οποίων η κίνηση δίδεται από τα διανύσματα θέσης (τα  $s, t$  δηλώνουν χρόνο)

$$R_1(s) = 2s \vec{i} + (s - 5) \vec{j} + s \vec{k}, \quad R_2(t) = (3 + t) \vec{i} - (2 + t) \vec{j} + (1 + t) \vec{k}$$

(α) Δείξτε ότι οι τροχιές των παραπάνω κινήσεων διασταυρώνονται, όμως ότι τα κινητά δεν συνατούνται.

(β) Βρείτε ποιά είναι η κοντινότερη απόσταση που έρχονται τα κινητά στην διάρκεια των παραπάνω κινήσεων.

**Άσκηση 10.** Σχεδιάστε στον χώρο τα σχήματα που δίδονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

(α)  $2y + z = 1$ .

(β)  $x + y + z = 1$ .

(γ)  $x^2 - y^2 = 1$ .

(δ)  $z = x^2$ .

(ε)  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 4$ .

(στ)  $x^2 + y^2 + z^2 = 2y + 8$ .