

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ, ΤΜΗΜΑ Τ.Ε.Τ.Υ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 9

Άσκηση 1. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα της συνάρτησης $f(x, y)$ στο χωρίο S :

α) $f(x, y) = x/y$ και S το χωρίο στο 1^ο τεταρτημόριο που φράσσεται από τις ευθείες $x = y$, $y = 2x$, $x = 1$ και $x = 2$.

β) $f(x, y) = x - \sqrt{y}$ και S το τριγωνικό χωρίο με κορυφές τα σημεία $(0, 0)$, $(1, 0)$ και $(0, 1)$.

γ) $f(x, y) = x^3y$ και S το χωρίο που φράσσεται από τον y -άξονα και την παραβολή $x = 3 - 4y^2$.

δ) $f(x, y) = (1 + x) \sin y$ και S το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 2)$ και $(0, 1)$.

ε) $f(x, y) = x^2y^2$ και S το χωρίο στο 1^ο τεταρτημόριο που φράσσεται από τις ευθείες $y = x$, $y = 4x$ και τις υπερβολές $xy = 1$, $xy = 2$.

Άσκηση 2. Αλλάξτε την σειρά ολοκλήρωσης στα παρακάτω ολοκληρώματα:

α) $\int_{x=0}^{x=2} \int_{y=0}^{y=4-2x} f(x, y) dy dx.$

β) $\int_{y=0}^{y=1} \int_{x=y}^{x=\sqrt{y}} f(x, y) dx dy.$

γ) $\int_{x=0}^{x=2} \int_{y=1}^{y=e^x} f(x, y) dy dx.$

δ) $\int_{y=0}^{y=\sqrt{2}} \int_{x=-\sqrt{4-2y^2}}^{x=\sqrt{4-2y^2}} f(x, y) dx dy.$

Άσκηση 3. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

α) $\int_{y=0}^{y=1} \int_{x=2y}^{x=2} \cos(x^2) dx dy.$

β) $\int_{x=0}^{x=2} \int_{y=x}^{y=2} y^2 \sin(xy) dy dx.$

Άσκηση 4. Βρείτε τον όγκο τού στερεού στο 1^ο ογδομημόριο που φράσσεται από τα επίπεδα συντεταγμένων, τον κύλινδρο $x^2 + y^2 = 4$ και το επίπεδο $z + y = 3$.

Άσκηση 5. Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα

$$\int_{x=0}^{x=\sqrt{2}} \int_{y=0}^{y=\sqrt{2-x^2}} \int_{z=x^2+y^2}^{z=2} x \, dz \, dy \, dx$$

Άσκηση 6. Ολοκληρώστε την συνάρτηση $f(x, y, z) = xy^2z^3$ πάνω στο τριδιάστατο χωρίο που φράσσεται από την επιφάνεια $z = xy$ και τα επίπεδα $x = y$, $x = 1$ και $z = 0$.

Άσκηση 7. Βρείτε τον όγκο του στερεού που φράσσεται από τα παραβολοειδή $z = x^2 + y^2$ και $z = 2 - x^2 - y^2$.

Άσκηση 8. Βρείτε τον όγκο του στερεού στο 1^ο ογδοημόριο που φράσσεται από τα επίπεδα συντεταγμένων και τα επίπεδα $x + z = 1$ και $y + 2z = 2$.