

ΘΕΩΡΙΑ ΟΜΑΔΩΝ, ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 5

Πρόβλημα 1. Δείξτε ότι μια κανονική υποομάδα τάξης p^i , p =πρώτος μιας πεπερασμένης ομάδας G , περιέχεται σε κάθε p -Sylow υποομάδα τής G .

Πρόβλημα 2. Ναδειχθεί ότι κάθε αβελιανή ομάδα που η τάξη της δεν διαιρείται από τό p^2 για οποιονδήποτε πρώτο p , είναι κυκλική.

Πρόβλημα 3. Δείξτε ότι μια αβελιανή ομάδα τάξης 315 έχει στοιχεία τάξης 15, 21, 35. Έχει πάντα στοιχείο τάξης 45;

Πρόβλημα 4. Πόσα στοιχεία τάξης 7 υπάρχουν σε μια απλή ομάδα τάξης 168; (Υπενθύμιση: απλή ομάδα είναι μια ομάδα G που οι μόνες κανονικές υποομάδες της είναι η $\{e\}$ και η G δηλ. οι τετριμμένες υποομάδες).

Λύστε από τό βιβλίο τίς προτεινόμενες ασκήσεις ΠΑ 110-114, ΠΑ 120-125, ΠΑ 128 (Υπενθύμιση: $U_n = \mathbb{Z}^*$ =τά αντιστρέψιμα στοιχεία τής ομάδας \mathbb{Z}_n).