

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ I, ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 1

A) Ασκήσεις 1.1 - 1.6, 1.8, 1.10 από τις σημειώσεις τού X. Κουρουνιώτη

B)

Άσκηση 1. Θεωρούμε το σύστημα

$$\begin{aligned}x - 2y + 3z &= 4 \\2x - 3y + az &= 5 \\3x - 4y + 5z &= b\end{aligned}$$

Βρείτε τις τιμές των a, b για τις οποίες το παραπάνω σύστημα α) έχει μοναδική λύση, β) δεν έχει λύση, γ) έχει άπειρες λύσεις.

Άσκηση 2. Θεωρούμε το σύστημα

$$\begin{aligned}x + 2y - 4z &= 1 \\2x - 3y + 10z &= 1 \\-3x + y - 6z &= 2\end{aligned}$$

Γράψτε το σύστημα σε 'διανυσματική μορφή'. Βρείτε ένα επίπεδο, που περνάει από την αρχή των αξόνων, το οποίο περιέχει τα τρία διανύσματα που εμφανίζονται στο αριστερό μέλος. Συμπεράνατε ότι το σύστημα δεν έχει λύση.

Άσκηση 3. Για ποιες τιμές τού a μπορεί το διάνυσμα $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ να γραφεί ως γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων $\begin{bmatrix} 1 \\ a \end{bmatrix}$ και $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$.

Άσκηση 4. α) Δείξτε ότι το παρακάτω σύστημα δεν έχει λύση, δηλ. είναι ασύμβατο.

$$\begin{aligned}x + 3y - 2z &= 5 \\3x + 11y - 7z &= 17 \\x + 5y - 3z &= 1\end{aligned}$$

β) Ερμηνεύστε γεωμετρικά το παραπάνω, δηλ. βρείτε ποιά είναι η γεωμετρική σχέση της τομής των επιπέδων που παριστούν οι δύο πρώτες εξισώσεις, με το επίπεδο που παριστά η τρίτη εξίσωση.

γ) Αλλάξτε κατάλληλα τον σταθερό όρο της τρίτης εξίσωσης, δηλ. το 1, ώστε το παραπάνω σύστημα νά έχει άπειρες λύσεις. Ερμηνεύστε γεωμετρικά αυτή την περίπτωση.