ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι, ΑΣΚΗΣΕΙΣ #7

Α) Ασκήσεις 2.34, 2.35, 2.36, 2.37, 2.38, 2.39, 2.41, 2.42, 2.43 από τις σημειώσεις τού Χ. Κουρουνιώτη

Β)

Ασκηση 1 Θεωρούμε τα διανύσματα του $\mathbb{R}^4$

$$\vec{v_1}=\begin{bmatrix}1\\1\\0\\1\end{bmatrix},\quad \vec{v_2}=\begin{bmatrix}1\\0\\1\\0\end{bmatrix},\quad \vec{v_3}=\begin{bmatrix}0\\-1\\1\\-1\end{bmatrix},\quad \vec{v_4}=\begin{bmatrix}1\\3\\1\\1\end{bmatrix},\quad \vec{w}=\begin{bmatrix}4\\1\\2\\1\end{bmatrix}.$$

α) Εξετάστε αν τα διανύσματα $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}, \vec{v_4}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητα.

β) Εξετάστε αν το διάνυσμα $\vec{w}$ ανήκει στον διανυσματικό υπόχωρο $V = <\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}, \vec{v_4}> \subseteq \mathbb{R}^4$.

Ασκηση 2 Εστω $t \in \mathbb{R}$. Θεωρούμε τα παρακάτω διανύσματα του $\mathbb{R}^3$:

$$\vec{v}_1=\begin{bmatrix}t\\-1\\-1\end{bmatrix},\quad \vec{v}_2=\begin{bmatrix}-1\\t\\-1\end{bmatrix},\quad \vec{v}_3=\begin{bmatrix}-1\\-1\\t\end{bmatrix}.$$

Βρείτε για ποιές τιμές του t ο διανυσματικός υπόχωρος του $\mathbb{R}^3$ που παράγεται από τα διανύσματα $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ είναι γνήσιο υποσύνολο του $\mathbb{R}^3$. (Υπόδειξη: Γνωρίζουμε ποιοί είναι όλοι οι διανυσματικοί υπόχωροι του $\mathbb{R}^3$. Επομένως, για να είναι ο παραπάνω υπόχωρος γνήσιο υποσύνολο του $\mathbb{R}^3$, θα πρέπει οι συντεταγμένες των $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ να ικανοποιούν μια κοινή εξίσωση).