

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ I, ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 8

A) Ασκήσεις 2.46, 2.48, 2.49, 2.51, 2.52, 2.54, 2.55, 2.56, 2.58 από τις σημειώσεις τού X. Κουρουνιώτη.

B)

Άσκηση 1 Έστω V ο διανυσματικός υπόχωρος του \mathbb{R}^4 που ορίζεται ως

$$V = \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right\rangle.$$

α) Επιλέξτε έναν 4×3 πίνακα A ο οποίος να έχει ως χώρο στηλών τον V , δηλ. $\mathcal{R}(A) = V$.

β) Για την παραπάνω επιλογή του A βρείτε μια βάση του μηδενόχωρου και του χώρου γραμμών του A .

γ) Δείξτε ότι, όποια επιλογή του A και αν κάνετε στο ερώτημα α), το σύστημα $AX = 0$ έχει ως λύσεις έναν διανυσματικό υπόχωρο του \mathbb{R}^3 που είναι μια ευθεία από την αρχή των αξόνων.

δ) Βρείτε έναν 2×4 πίνακα B που να έχει τον V ως μηδενόχωρό του, δηλ. $\mathcal{N}(B) = V$. (Υπόδειξη: Παρατηρήστε ότι η βάση ενός μηδενόχωρου που προκύπτει από την διαδικασία επίλυσης του συστήματος με απαλοιφή έχει μια 'ειδική' μορφή. Βρείτε επομένως μια βάση του V που να έχει την παραπάνω μορφή).

ε) Βρείτε έναν 3×4 πίνακα C που να έχει τον V ως αριστερό μηδενόχωρό του, δηλ. $\mathcal{N}(C^T) = V$.