

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2005-06
ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3

Πρόβλημα 1 Υπολογίστε τα γινόμενα πινάκων

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ \pi/2 \\ \sqrt{2}/3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 6 \cos(\pi/6) & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ \pi/3 & \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ -1/3 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Πρόβλημα 2 Γράψτε τους 3 επί 3 πίνακες A και B με στοιχεία

$$a_{ij} = i - j \quad \text{και} \quad b_{ij} = \frac{1}{j}.$$

και υπολογίστε το άθροισμα $A + B$ και τα γινόμενα AB , BA και A^2 .

Πρόβλημα 3 Βρείτε πόσους πολλαπλασιασμούς αριθμών χρειάζεται να κάνετε για να πολλαπλασιάσετε ένα 2×3 πίνακα με ένα 3×5 πίνακα.

Πρόβλημα 4 Θεωρούμε τους πίνακες

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- α) Βρείτε έναν 2×2 πίνακα C με την ιδιότητα $AC = I$.
 β) Δείξτε ότι δεν υπάρχει 2×2 πίνακας D με την ιδιότητα $BD = I$.
 γ) Βρείτε τον πίνακα A^2 (δηλ. τον πίνακα AA).
 δ) Ισχύει ότι $AB = BA$;

Πρόβλημα 5 Βρείτε παραδείγματα 2×2 πινάκων, με στοιχεία πραγματικούς αριθμούς, τέτοιων ώστε:

- α) $A^2 = -I$.
 β) $B^2 = 0$ με $B \neq 0$.
 γ) $CD = -DC$, χωρίς όμως να έχουμε $CD = 0$.
 δ) $EF = 0$, χωρίς κανένα στοιχείο των E και F να είναι μηδέν.

Πρόβλημα 6 Για τους πίνακες

$$A = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad C = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

βρείτε τις δυνάμεις (δηλ. γινόμενα τού πίνακα με τον εαυτό του)

$$A^2 = AA, \quad A^3 = AAA, \dots, A^n, \dots \quad B^2, B^3, \dots, B^n, \dots \quad C^2, C^3, \dots, C^n, \dots$$