

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2005-06
ΑΣΚΗΣΕΙΣ #4

Πρόβλημα 1 Εάν $ad - bc \neq 0$ δείξτε ότι ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ είναι αντιστρέψιμος πίνακας και ότι $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$.

Πρόβλημα 2 Βρείτε τούς αντίστροφους των παρακάτω πινάκων, εάν υπάρχουν

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Πρόβλημα 3 Βρείτε x τέτοιο ώστε

1.
$$\begin{bmatrix} 2x & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

2.
$$2 \begin{bmatrix} 2x & x \\ 5 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Πρόβλημα 4 Βρείτε A τέτοιο ώστε $(4A^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$.

Πρόβλημα 5 Δείξτε ότι εάν A και B είναι αντιστρέψιμοι πίνακες, τότε

$$(A^T B^T)^{-1} = (A^{-1} B^{-1})^T.$$

Πρόβλημα 6 Εφαρμόστε την μέθοδο απαλοιφής του Gauss για να μετατρέψετε τούς παρακάτω πίνακες σε κλιμακωτούς.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 8 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & -6 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 7 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & -4 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$