ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ - ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2005-06
ΑΣΚΗΣΕΙΣ #6

Πρόβλημα 1 Θεωρούμε τα παρακάτω διανύσματα τού $\mathbb{R}_{4\times 1}$:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

α) Εξετάστε αν τα διανύσματα A_1, A_2, A_3, A_4 είναι γραμμικά ανεξάρτητα.
β) Εξετάστε αν το διάνυσμα B είναι γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων A_1, A_2, A_3, A_4.

Πρόβλημα 2 Θεωρούμε τα παρακάτω διανύσματα τού $\mathbb{R}_{3\times 1}$:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Δείτε ότι τα A_1, A_2, A_3, A_4 είναι γραμμικά εξαρτημένα, όμως κάθε τρία από αυτά είναι γραμμικά ανεξάρτητα.

Πρόβλημα 3 Θεωρούμε τα παρακάτω διανύσματα τού $\mathbb{R}_{3\times 1}$:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

α) Δείτε ότι τα A_1, A_2, A_3 αποτελούν βάση τού $\mathbb{R}_{3\times 1}$.
β) Γράψτε το διάνυσμα

$$B = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix},$$

ως γραμμικό συνδυασμό των A_1, A_2, A_3.

Πρόβλημα 4 Έστω $t \in \mathbb{R}$. Θεωρούμε τα παρακάτω διανύσματα τού $\mathbb{R}_{3\times 1}$:

$$A_1 = \begin{bmatrix} t \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ t \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ t \end{bmatrix}.$$

Βρείτε για ποιά t τα διανύσματα A_1, A_2, A_3 αποτελούν βάση τού $\mathbb{R}_{3\times 1}$.