

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΕΙΑΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 2

**Άσκηση 1.** Σε ποίο σημείο τού γραφήματος τής συνάρτησης  $f(x) = \sqrt{x}$  η εφαπτόμενη έχει κλίση  $\frac{1}{4}$ ;

**Άσκηση 2.** Σε ποίο σημείο τού γραφήματος τής συνάρτησης  $f(x) = x^3$  η εφαπτόμενη τέμνει τον  $x$ -άξονα στο σημείο  $(1, 0)$ ;

**Άσκηση 3.** Βρείτε πόσες εφαπτόμενες τού γραφήματος τής συνάρτησης  $y = x^2$  διέρχονται από το σημείο  $(1, 4)$ . Γράψτε τις εξισώσεις τους.

**Άσκηση 4.** Βρείτε την παράγωγο  $\frac{dy}{dx}$  όπου

α)  $y = (x - 1)(x^2 + 1)^{-2}$

β)  $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

γ)  $y = \frac{1+x}{x^3+1}$

δ)  $y = \cos(\sqrt{x^2 + 1})$

ε)  $y = \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$

στ)  $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$

ζ)  $y = \left(\frac{\sin u}{1+\cos u}\right)^2$

**Άσκηση 5.** Βρείτε τις κλίσεις των παρακάτω καμπυλών στα σημεία που δίδονται

α)  $(x + y)^3 + (x + y)^4 = x^2 + y^2 + 22$  στο σημείο  $(1, 1)$ .

β)  $x^2y^2 + 1 = x^2 + y^2$  στο σημείο  $(2, 1)$ .

γ)  $3x^2 + xy + y^2 = 9$  στο σημείο  $(1, 2)$ .

**Άσκηση 6.** Βρείτε την εφαπτόμενη τής καμπύλης που δίδεται από τις παραμετρικές εξισώσεις

$$x(t) = t^2 + \frac{1}{t}, \quad y(t) = t^2 - t + 1$$

στο σημείο που αντιστοιχεί σε  $t = 2$ .

**Άσκηση 7.** Βρείτε το  $\frac{dy}{dx}$  στην περίπτωση που τα  $y, x$  ικανοποιούν την εξίσωση:

α)  $\sin(xy) = 1$

β)  $2\sqrt{y} = x + y$

γ)  $\cos x + \sin y = xy$

**Άσκηση 8.** Υποθέτουμε ότι οι πλευρές ενός κλειστού κουτιού σε σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με πλευρές  $x, y, z$  μεταβάλλονται με ρυθμούς  $\frac{dx}{dt} = 2$ ,  $\frac{dy}{dt} = 1$ ,  $\frac{dz}{dt} = 1$ . Βρείτε με ποίο ρυθμό μεταβάλλεται ο όγκος και το εμβαδόν τού κουτιού όταν  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,  $z = 3$ .

**Άσκηση 9.** α) Σε μια δεξαμενή σε σχήμα ορθού κώνου ύψους 4 μέτρων και

ακτίνας βάσης 2 μέτρων, εισρέει νερό με ρυθμό 2 κυβικά μέτρα την ώρα. Βρείτε πόσο γρήγορα ανέρχεται η στάθμη τού νερού όταν αυτή φτάσει το ύψος τού ενός μέτρου. (Ο όγκος ορθού κώνου ακτίνας βάσης  $R$  και ύψους  $h$  ισούται προς  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .

β) Το ίδιο πρόβλημα όταν ο παραπάνω κώνος αναστραφεί (δηλ. το μυτερό άκρο του είναι προς τα κάτω).