

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι, ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΕΙΑΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ # 3

Άσκηση 1. Υπολογίστε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα:

α) $\int x + \sqrt{x} dx$

β) $\int \frac{1+x^2}{\sqrt{x}} dx$

γ) $\int \sin^2 x dx$

δ) $\int x(1 + \sqrt{x})dx$

ε) $\int (2x - 1)^3 dx$

Άσκηση 2. Ισχύει ότι $\int x \sin x dx = \frac{x^2}{2} \sin x + c$;

Άσκηση 3. Βρείτε τα:

α) $\cos(\tan^{-1} 3)$

β) $\tan(\cos^{-1} 0.3)$

γ) $\cot(\tan^{-1} 5)$

Άσκηση 4. Για την συνάρτηση $y = y(x)$ γνωρίζουμε ότι $\frac{dy}{dx} = -x + 1$ και $y(1) = 3$. Βρείτε την συνάρτηση και σχεδιάσετε το γράφημά της.

Άσκηση 5. Με χρήση των γραφημάτων και των εμβαδών των χωρίων που ορίζονται ανάμεσα σε αυτά και τού x -άξονα, υπολογίστε τα παρακάτω ορισμένα ολοκληρώματα:

α) $\int_{-3}^1 |x| dx$

β) $\int_{-1}^1 \sin x dx$

γ) $\int_{-2}^4 \frac{x}{2} + 3 dx$

δ) $\int_{2\pi}^{3\pi} \cos x dx$

Άσκηση 6. Υπολογίστε τα παρακάτω ορισμένα ολοκληρώματα:

α) $\int_0^1 2x + \sqrt{x} dx$

β) $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x^5} dx$

γ) $\int_0^{\pi} \sin 2x dx$

δ) $\int_{-2}^5 |x| dx$

ε) $\int_0^{\pi} |\cos x| dx$

Άσκηση 7. α) Βρείτε το εμβαδόν τής περιοχής που βρίσκεται κάτω από την παραβολή $y = -x^2 + 4$ και πάνω από την ευθεία $y - x = 2$. Πρέπει να σχεδιάσετε την παραπάνω περιοχή.

β) Βρείτε το εμβαδόν τής περιοχής που βρίσκεται πάνω από την παραβολή $y = x^2$ και κάτω από την ευθεία $x + y = 2$.

γ) Βρείτε το εμβαδόν τής περιοχής που περικλείεται από τις παραβολές $y = 7 - 2x^2$ και $y = x^2 + 4$.

Άσκηση 8. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα:

α) $\int \sin^2 x \cos x dx$

β) $\int \frac{3x+1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

$$\gamma) \int \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

$$\delta) \int \frac{e^t}{e^{2t}+9} dt$$

$$\varepsilon) \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx \quad \sigma\tau) \int \frac{1}{\sqrt{5x^2+2}} dx$$