

1. Δίνεται ο υπόχωρος  $W$  του  $\mathbb{R}^2$ , όπου

$$W = \{x \in \mathbb{R}^2 : 3x_1 + 7x_2 = 0\}.$$

Να βρείτε  $y \in \mathbb{R}^2$  τέτοιο ώστε  $W = \langle y \rangle$ .

---

2. Δίνεται ο υπόχωρος  $W$  του  $\mathbb{R}^3$ , όπου

$$W = \{x \in \mathbb{R}^3 : 3x_1 + 7x_2 + 9x_3 = 0\}.$$

Να βρείτε  $y, z \in \mathbb{R}^3$  τέτοια ώστε  $W = \langle y, z \rangle$ .

---

3. Δίνεται ο υπόχωρος  $W$  του  $\mathbb{R}^4$ , όπου

$$W = \{x \in \mathbb{R}^4 : 3x_1 + 7x_2 + 9x_3 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}.$$

Να βρείτε  $y, z \in \mathbb{R}^4$  τέτοια ώστε  $W = \langle y, z \rangle$ .

---

Στις ασκήσεις 4–10, ο  $V$  είναι ο διανυσματικός χώρος με διανύσματα όλες τις συναρτήσεις της μορφής  $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

---

4. Δίνεται ο υπόχωρος  $W$  του  $V$ , όπου

$$W = \{x \in V : \text{το } x \text{ είναι τριώνυμο της μορφής } x(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2, \text{ και } 3c_0 + 7c_1 + 9c_2 = 0\}.$$

Να βρείτε  $y, z \in V$  τέτοια ώστε  $W = \langle y, z \rangle$ .

---

5. Δίνονται τα διανύσματα  $x, y, z$  του  $V$ , όπου  $x(t) = \cos^2 t, y(t) = \sin^2 t, z(t) = 1$ . Να εξετάσετε αν τα  $x, y, z$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

---

6. Να επαναλάβετε την άσκηση 5 αν  $x(t) = 2 \cos^2 t, y(t) = 3 \sin^2 t, z(t) = 5$ .

---

7. Να επαναλάβετε την άσκηση 5 αν  $x(t) = 2 \cos^2 t + \sin^2 t, y(t) = 3 \sin^2 t, z(t) = 5$ .

---

8. Να επαναλάβετε την άσκηση 5 αν  $x(t) = t, y(t) = \sin t, z(t) = e^t$ .

---

9. Να επαναλάβετε την άσκηση 5 αν  $x(t) = \cos t, y(t) = 1$ , και  $z$  είναι κάποια παραγωγίσιμη συνάρτηση τέτοια ώστε  $z'(0) = 13$ .

---

10. Να επαναλάβετε την άσκηση 5 αν  $x(t) = t + 1, y(t) = (t + 1)^2, z(t) = t^2 + c$ , όπου  $c$  είναι κάποιος πραγματικός αριθμός. Η απάντησή σας θα εξαρτάται από την τιμή του  $c$ .