Μάνος Λυδάκης

Φυλλάδιο Ασκήσεων 3, Προθεσμία 22.10

---

1. Να αποδείξετε ότι, δεδομένου απλά συνεκτικού χώρου X, κάθε retract Y του X είναι απλά συνεκτικό.

---

2. Δεδομένου ΧΣΒ X και $G = \pi_1(X)$, θεωρήστε την κανονική απεικόνιση $\kappa : [S^1, X]_* \to [S^1, X]$. Να αποδείξετε ότι $\kappa[f] = \kappa[g]$ αν και μόνο αν τα αντίστοιχα στοιχεία της G είναι συζυγή.

---

3. Σε αυτή την άσκηση p, q, και n είναι θετικοί ακέραιοι με $p + q = n$. Επίσης «$X \sim Y$» σημαίνει «οι χώροι X και Y είναι ομοτοπικά ισοδύναμοι». Τέλος, υποθέτουμε $\mathbb{R}^m \subseteq \mathbb{R}^n$ για $m \leq n$, ταυτίζοντας το $x \in \mathbb{R}^n$ με την ακολουθία στο $\mathbb{R}$ της μορφής $x_1, x_2, \ldots$ με $x_k = 0$ για $k > n$.

Να εξηγήσετε γιατί $\mathbb{R}^n - \mathbb{R}^p \sim S^{q-1}$, $S^n - S^p \sim S^{q-1}$, και $\mathbb{R}^n - S^p \sim S^{q-1} \vee S^{n-1}$.
