
1. Δίνεται ένας χώρος X και ένας ΕΧ $p : \tilde{X} \rightarrow X$. Να αποδείξετε προσεκτικά τις εξής εύκολες συνέπειες του Covering Homotopy Property:

A. Δεδομένου δρόμου γ στον X , δεδομένου $\tilde{x}_0 \in \tilde{X}$, και δεδομένου $x_0 = p(\tilde{x}_0) = \gamma(0) \in X$, υπάρχει μοναδική ανύψωση $\tilde{\gamma}$ με αρχή το \tilde{x}_0 .

B. Μόνο οι σταθεροί δρόμοι του X ανυψώνονται σε σταθερούς δρόμους στον \tilde{X} .

Γ. Δεδομένου δρόμου γ στον X , δεδομένης ανύψωσης $\tilde{\gamma}$ του γ στον \tilde{X} , και δεδομένης ομοτοπίας **δρόμων** που «ξεκινά» από το γ , υπάρχει μοναδική ομοτοπία **δρόμων** που ανυψώνει τη δεδομένη ομοτοπία ξεκινώντας από το $\tilde{\gamma}$.

2. Δίνεται ότι ο Y είναι ο χώρος που προκύπτει από τον X επισυνάπτοντας ένα n -κελλί με απεικόνιση επισύναψης $f : S^{n-1} \rightarrow X$. (Υποθέτουμε, ως συνήθως, ότι ο κανονικός μορφισμός $X \rightarrow Y$ είναι ένθεση.) Να αποδείξετε ότι ο X είναι retract του Y αν και μόνο αν η f είναι ομοτοπική με μια σταθερή συνάρτηση. (Υπόδειξη: δείτε το φυλλάδιο 1.)
