Μάνος Λυδάκης

Φυλλάδιο Ασκήσεων 10, Προθεσμία 10.12

---

1. Θυμηθείτε πως (όποτε μας βολεύει) βλέπουμε το $\pi_1(X)$ ως $[S^1, X]_*$. Οι ανώτερες ομάδες ομοτοπίας $\pi_n(X)$ ($n \in \mathbb{Z}, n \geq 2$) μπορούν να οριστούν παρόμοια, δηλαδή ως $[S^n, X]_*$. Ο ορισμός της πράξης είναι παρόμοιος με την περίπτωση $n = 1$, αλλά σε αυτό το πρόβλημα δεν χρειάζεται να τον ξέρετε. Χρειάζεται όμως να ξέρετε ότι υπάρχει ο επαγόμενος μορφισμός $g_* : \pi_n(X) \to \pi_n(Y)$. Δίνεται ακριβώς όπως όταν $n = 1$, δηλαδή στέλνει το $[f]$ στο $[g \circ f]$.

Να αποδείξετε πως όλοι οι επικαλύπτοντες χώροι του X έχουν ισόμορφες ανώτερες ομάδες ομοτοπίας με τον X.

---

2. Δίνεται ο συμπαγής συνεκτικός Hausdorff χώρος X και ένας επικαλύπτων χώρος $\tilde{X}$ του X. Να αποδείξετε πώς το πλήθος των πτυχών του $\tilde{X}$ είναι πεπερασμένο αν και μόνο αν ο $\tilde{X}$ είναι συμπαγής.
