
Μια εξήγηση πάνω στη σημερινή διάλεξη

Θα εξηγήσω γιατί η $\phi : G \rightarrow G(\tilde{X})$ είναι ένα-προς-ένα και επί (όπου $\phi(g) = f$ σημαίνει $f(y) = g \cdot y$). Εδώ η $p : \tilde{X} \rightarrow X$ είναι η $p(y) = G \cdot y$ (και ο X είναι ο \tilde{X}/G).

Για το ένα-προς-ένα, αν $\phi(g_1) = \phi(g_2)$, δηλαδή $g_1 \cdot y = g_2 \cdot y$ για κάθε y στο \tilde{X} , ειδικότερα ισχύει αν y είναι το σημείο βάσης, άρα $[(g_1)^{-1}g_2] \cdot x = x$, και, επειδή η δράση είναι ελεύθερη, το στοιχείο $(g_1)^{-1}g_2$ της G πρέπει να είναι το ταυτοτικό, δηλαδή $g_1 = g_2$.

Για το επί, αν $f \in G(\tilde{X})$ και $x' = f(x)$, αφού $p \circ f = p$, x και x' είναι στην ίδια τροχιά, έστω λοιπόν $g \in G$ με $g \cdot x = x'$. Περίληψη: Οι f και $\phi(g)$ έχουν ίδια τιμή στο $y = x$. Αφού ο \tilde{X} είναι συνεκτικός, ισχύει η μοναδικότητα ανύψωσης, άρα $f = \phi(g)$.