

1: Περιγράψτε με πιο απλό τρόπο τα σύνολα  $A$  και  $B$ :

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - 2x = 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^3 - 2x = 0\}$$

2: Ισχύουν οι παρακάτω προτάσεις; Γιατί;

(I) Κάθε  $x \in \mathbb{R}$  με  $x^2 = 2$  είναι τέτοιο ώστε  $x > 1$ .

(II) Κάθε  $x \in \mathbb{Q}$  με  $x^2 = 2$  είναι τέτοιο ώστε  $x > 1$ .

3: Δίνονται υποσύνολα  $A, B, C$  κάποιου χώρου  $U$  και  $x \in U$ . Δίνεται επίσης ότι  $A \cap B \subseteq C$ .

Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι πάντα αληθείς;

(I)  $x \in A \cap B \Rightarrow x \in C$

(II)  $x \in C \Rightarrow x \in A \cap B$

(III)  $x \notin C \Rightarrow x \notin A \cap B$

(IV)  $x \notin C \Rightarrow x \notin A$

(V)  $x \notin C \Rightarrow (x \notin A \text{ ή } x \notin B)$

(VI)  $x \notin C \Rightarrow (x \notin A \text{ και } x \notin B)$

(VII)  $x \notin C \Rightarrow x \notin B$

Για τις υπόλοιπες, πάρτε  $U = \{1, 2, 3, 4\}$  και βρείτε αντιπαράδειγμα τέτοιο ώστε κανένα από τα  $A, B, C, A \cap B$  να μην είναι κενό (τα  $A, B, C$  να είναι τα ίδια για όλες τις προτάσεις).

4: Στην άσκηση αυτή θα επαληθεύσετε μια ειδική περίπτωση του επιμεριστικού νόμου

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

όπου  $A, B, C$  είναι τα εξής υποσύνολα του επιπέδου:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0\} \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2\} \quad C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 3\}$$

**A:** Σχεδιάστε τα  $A, B$ , και  $C$ .

**B:** Σχεδιάστε τα  $D = B \cup C$ ,  $E = A \cap B$ , και  $F = A \cap C$ .

**Γ:** Σχεδιάστε τα  $A \cap D$  και  $E \cup F$  και παρατηρήστε ότι ισούνται.

5: Δίνονται τα σύνολα  $A = \emptyset$ ,  $B = \{\emptyset\}$ , και  $C = \{A, B\}$ . Να απαντήσετε τις παρακάτω ερωτήσεις. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**A:** Ισούνται τα σύνολα  $A$  και  $\{A\}$ ;

**B:** Ισούνται τα σύνολα  $B$  και  $\{B\}$ ;

**Γ:** Ισούνται τα σύνολα  $C$  και  $\{C\}$ ;

6: Σχεδιάστε τα παρακάτω υποσύνολα  $A, B, C$ , και  $D$  του επιπέδου:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x < 0 \text{ και } y < 0\},$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x < 0 \text{ ή } y < 0\},$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x < 0 \Rightarrow y < 0\},$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x < 0 \Leftrightarrow y < 0\}.$$