

1: Έστω  $n = 100$ . Να υπολογίσετε  $\text{mod } n$  τα  $\overline{987654} + \overline{357}$ ,  $\overline{11111} \cdot \overline{1111}$ .

2: Έστω  $n = 9$ . Οι κλάσεις  $\text{mod } n$  είναι οι  $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$ . Ποιά απ' αυτές τις εννέα κλάσεις είναι η κλάση του  $x^2 + x + 1$ , αν  $x = 314159265358$ ;

3: Το ρολόι μου πάει κάθε ώρα είκοσι λεπτά μπροστά. Αν δείχνει τώρα ότι η ώρα είναι ακριβώς μεσημέρι, που θα βρισκείται ο λεπτοδείκτης μετά από  $x^8$  ώρες, αν  $x = 123454321$ ;

4: Δίνεται μια διαμέριση του  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  που αποτελείται από τρία διαφορετικά υποσύνολα  $K, K', K''$ . Δίνεται επίσης ότι  $K = \{2, 5\}$ . Αν  $\sim$  είναι μια σχέση ισοδυναμίας στο  $S$ , και αν οι κλάσεις της  $\sim$  είναι η δεδομένη διαμέριση, είναι δυνατόν το 4 να είναι ισοδύναμο και με το 3 και με το 1; (Δηλαδή, είναι δυνατόν να ισχύει και ότι  $4 \sim 3$  καθώς και ότι  $4 \sim 1$ ;) )

5: Έστω  $S = \mathbb{R}$ . Δίνεται η σχέση ισοδυναμίας στο  $S$

$$x \sim y \Leftrightarrow y - x \in \mathbb{Z}$$

Έστω  $x$  το κλάσμα  $1/2$ . Να περιγράψετε «με λόγια», όσο πιο απλά μπορείτε, την κλάση του  $x$ .

Υπόδειξη: Βρείτε ένα-δυό θετικά στοιχεία  $y$  της κλάσης εκτός του  $x$ , και μετά βρείτε και ένα-δυό αρνητικά στοιχεία. Χρησιμοποιήστε καλύτερα δεκαδικές παραστάσεις αντί για κλάσματα.

6: Έστω  $S = \mathbb{Z}$  και έστω  $T$  το σύνολο των ακεραίων πολλαπλασίων του 3 (δηλαδή,  $T = \{3n \mid n \in \mathbb{Z}\} = \{0, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots\}$ ). Δίνονται δύο σχέσεις στο  $S$ :

$$\begin{aligned} x \sim y &\Leftrightarrow y - x \in T, \text{ και} \\ x \approx y &\Leftrightarrow y - x \notin T \end{aligned}$$

**A:** Είναι η  $\sim$  συμμετρική σχέση;

**B:** Είναι η  $\approx$  συμμετρική σχέση;

**Γ:** Είναι η  $\sim$  ανακλαστική σχέση;

**Δ:** Είναι η  $\approx$  ανακλαστική σχέση;

**E:** Είναι η  $\sim$  μεταβατική σχέση;

**Z:** Είναι η  $\approx$  μεταβατική σχέση;