

---

1. Να αποδείξετε ότι, δεδομένου απλά συνεκτικού χώρου  $X$ , κάθε retract  $Y$  του  $X$  είναι απλά συνεκτικό.

---

2. Δεδομένου ΧΣΒ  $X$  και  $G = \pi_1(X)$ , θεωρήστε τον κανονικό μορφισμό  $\kappa : [S^1, X]_* \rightarrow [S^1, X]$ . Να αποδείξετε ότι  $\kappa[f] = \kappa[g]$  αν και μόνο αν τα αντίστοιχα στοιχεία της  $G$  είναι συζυγή.

---

3. Σε αυτή την άσκηση  $p, q$ , και  $n$  είναι θετικοί ακέραιοι με  $p + q = n$ . Επίσης « $X \sim Y$ » σημαίνει «οι χώροι  $X$  και  $Y$  είναι ομοτοπικά ισοδύναμοι». Τέλος, υποθέτουμε  $\mathbb{R}^m \subseteq \mathbb{R}^n$  για  $m \leq n$ , ταυτίζοντας το  $x \in \mathbb{R}^m$  με την ακολουθία στο  $\mathbb{R}^n$  της μορφής  $x_1, x_2, \dots$  με  $x_k = 0$  για  $k > m$ .

Να εξηγήσετε γιατί  $\mathbb{R}^n - \mathbb{R}^p \sim S^{q-1}$ ,  $S^n - S^p \sim S^{q-1}$ , και  $\mathbb{R}^n - S^p \sim S^{q-1} \vee S^{n-1}$ .

---