Μάνος Λυδάκης Φυλλάδιο Ασκήσεων 8, Προθεσμία 11.12

---

1. Α. Αποδείξτε προσεκτικά ότι $< a, b \mid a^m, b^n > \cong \mathbb{Z}_m * \mathbb{Z}_n$.

Β. Έστω G η θεμελιώδης ομάδα της φιάλης του Klein. Είδαμε $G \cong < a, b \mid a^2 = b^2 >$. Πόσοι είναι οι μορφισμοί f της μορφής $f : G \to \mathbb{Z}_2$;

Γ. Με το ίδιο G όπως στο μέρος Β, υπολογίστε το G^{ab}. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

---

2. Έστω $f : S^1 \to S^1$ ο μορφισμός $f(z) = z^2$. Εξηγήστε γιατί $C_f \cong \mathbb{R}P^2$.

---

3. Δίνονται οι διακριτοί χώροι $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 9\}$ και $Y = \{0, 1, 2\}$. Δίνεται και ο μορφισμός $f : X \to Y$ με $f(a) = a \bmod 3$. Να σχεδιάσετε το C_f και να βρείτε, έως ισομορφισμού, την $\pi_1(C_f)$.

---

4. Δίνεται ο μορφισμός $f : S^1 \to D^1$ που είναι ο περιορισμός της πρώτης προβολής $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Να σχεδιάσετε τον M_f και να βρείτε με ποιο γνωστό μας χώρο είναι ισόμορφος ο C_f.
