

---

1. Θυμηθείτε πως (όποτε μας βολεύει) βλέπουμε το  $\pi_1(X)$  ως  $[S^1, X]_*$ . Οι ανώτερες ομάδες ομοτοπίας  $\pi_n(X)$  ( $n \in \mathbb{Z}, n \geq 2$ ) μπορούν να οριστούν παρόμοια, δηλαδή ως  $[S^n, X]_*$ . Ο ορισμός της πράξης είναι παρόμοιος με την περίπτωση  $n = 1$ , αλλά σε αυτό το πρόβλημα δεν χρειάζεται να τον ξέρετε. Χρειάζεται όμως να ξέρετε ότι υπάρχει ο επαγόμενος μορφισμός  $g_* : \pi_n(X) \rightarrow \pi_n(Y)$ . Δίνεται ακριβώς όπως όταν  $n = 1$ , δηλαδή στέλνει το  $[f]$  στο  $[g \circ f]$ .

Να αποδείξετε πως όλοι οι επικαλύπτοντες χώροι του  $X$  έχουν ισόμορφες ανώτερες ομάδες ομοτοπίας με τον  $X$ .

---

2. Δίνεται ο συμπαγής συνεκτικός Hausdorff χώρος  $X$  και ένας επικαλύπτων χώρος  $\tilde{X}$  του  $X$ . Να αποδείξετε πως το πλήθος των πτυχών του  $\tilde{X}$  είναι πεπερασμένο αν και μόνο αν ο  $\tilde{X}$  είναι συμπαγής.

---