

---

**1:** Το δυναμοσύνολο του  $A$  ορίζεται ως το σύνολο των υποσυνόλων του  $A$ . Συμβολίζεται με  $\mathcal{P}(A)$ .

**A:** Έστω  $A_n = \{1, 2, \dots, n\}$ . Να υπολογίσετε τα  $\mathcal{P}(A_2), \mathcal{P}(A_3), \mathcal{P}(A_4)$ . (Μην ξεχάσετε το κενό σύνολο και ολόκληρο το σύνολο  $A_n$ !)

**B:** Βασιζόμενοι στο μέρος **A**, να «μαντέψετε» πόσα υποσύνολα έχει ένα σύνολο με  $n$  στοιχεία.

---

**2:** Έστω  $A = \{2, 3\}$  και  $B = [0, 1] = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ . Να σχεδιάσετε τα  $A \times B$  και  $B \times A$ . Ισούνται αυτά τα δύο γινόμενα;

---

**3:** Έστω  $A = [0, 1] \cup [2, 3]$  και  $B = [0, 1]$ . Να σχεδιάσετε τα  $A \times B$  και  $B \times A$ .

---

**4:** Δίνονται σύνολα  $A_1, A_2, B_1, B_2$ .

**A:** Να αποδείξετε ότι  $(A_1 \times B_1) \cup (A_2 \times B_2) \subseteq (A_1 \cup A_2) \times (B_1 \cup B_2)$ .

**B:** Ισχύει η ισότητα στο μέρος **A**;

---

**5:** Έστω  $S = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ . Δίνεται η σχέση ισοδυναμίας στο  $S$ :

$$x \sim y \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 11x = y^3 - 6y^2 + 11y$$

Να βρείτε όλες τις κλάσεις.

---

**6:** Έστω  $S = \mathbb{R}$ . Δίνεται η σχέση ισοδυναμίας στο  $S$ :

$$x \sim y \Leftrightarrow \text{για κάποιο θετικό } a \in \mathbb{R}, y = ax$$

Να βρείτε όλες τις κλάσεις.

---

**7:** Στην τάξη δώσαμε παραδείγματα σχέσεων για όλες τις πιθανές περιπτώσεις (ανακλαστική, όχι ανακλαστική, συμμετρική, όχι συμμετρική, μεταβατική, όχι μεταβατική) εκτός από την περίπτωση «όχι ανακλαστική, συμμετρική, μεταβατική». Τα παρακάτω επιχειρήματα, αν είναι σωστά, αποδεικνύουν ότι αυτή η περίπτωση είναι αδύνατη:

Έστω  $\sim$  σχέση συμμετρική και μεταβατική στο  $S$ . Δεδομένου  $x_1 \sim x_2$ , αφού η σχέση είναι συμμετρική, αναγκαστικά  $x_2 \sim x_1$ . Επειδή η σχέση είναι μεταβατική, το ότι  $x_1 \sim x_2$  και  $x_2 \sim x_1$  συνεπάγεται ότι  $x_1 \sim x_1$ , δηλαδή η σχέση είναι ανακλαστική.

**A:** Που είναι το λάθος στην «απόδειξη» αυτή;

**B:** Έστω  $S = \{1, 2\}$ . Βρείτε παράδειγμα σχέσης στο  $S$  που είναι συμμετρική και μεταβατική αλλά δεν είναι ανακλαστική.