

**1:** Το πρόβλημα αυτό έχει επτά μέρη. Σε κάθε μέρος δίνονται δύο εκφράσεις. Ζητείται να κατασκευάσετε τους πίνακες αληθείας για τις δύο εκφράσεις, και να επαληθεύσετε ότι αυτές οι εκφράσεις είναι λογικά ισοδύναμες.

- A.**  $P \Rightarrow Q$  και  $(\neg P) \vee Q$   
**B.**  $P \Rightarrow Q$  και  $\neg[P \wedge (\neg Q)]$   
**Γ.**  $P \Rightarrow Q$  και  $(\neg Q) \Rightarrow (\neg P)$   
**Δ.**  $(\neg P) \wedge (\neg Q)$  και  $\neg(P \vee Q)$   
**E.**  $(P_1 \wedge P_2) \vee Q$  και  $(P_1 \vee Q) \wedge (P_2 \vee Q)$   
**Z.**  $(P_1 \vee P_2) \wedge Q$  και  $(P_1 \wedge Q) \vee (P_2 \wedge Q)$   
**H.**  $(P \wedge Q) \Rightarrow R$  και  $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$

**2:** Να κατασκευάσετε τον πίνακα αληθείας για την έκφραση  $(P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow S)$ .

**3:** Είναι η έκφραση  $P \vee (\neg P)$  ταυτολογία;

- 4: A.** Είναι οι εκφράσεις  $[(P \wedge Q) \wedge R] \wedge S$  και  $[(P \vee Q) \vee R] \vee S$  λογικά ισοδύναμες;  
**B.** Είναι η έκφραση  $[(P \wedge Q) \wedge R] \wedge S \Leftrightarrow [(P \vee Q) \vee R] \vee S$  ταυτολογία;

**5:** Έστω  $A = \{1, 2, 3, 5\}$ . Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς;

- A.**  $(\exists x \in A) x > 4$ .  
**B.**  $(\forall x \in A) x < 6$ .  
**Γ.**  $(\exists x \in A) x < 6$ .  
**Δ.**  $(\exists x \in A) \neg(x < 6)$ .  
**E.**  $(\forall x \in A) (x < 6 \text{ ή } x > 0)$ .  
**Z.**  $(\forall x \in A) (x > 6 \Rightarrow x < 4)$ .  
**H.**  $(\exists x \in A) (x > 6 \Rightarrow x < 4)$ .  
**Θ.**  $(\forall a \in A)(\exists b \in A) (b = a - 2 \text{ ή } b = a + 1)$ .  
**I.**  $(\forall x \in A)(\exists y \in A) (y = x - 2 \text{ ή } y = x + 1)$ .  
**K.**  $(\exists y \in A)(\forall x \in A) (y = x - 2 \text{ ή } y = x + 1)$ .  
**Λ.** Ότι και να είναι το  $x \in A$ , το εξής δεν ισχύει: Για κάθε  $y \in A$ , δεν ισχύει ότι  $(y = x - 2 \text{ ή } y = x + 1)$ .

**Υπόδειξη:** Για το μέρος Λ, αλλάζτε το « $\neg\forall$ » σε « $\exists\neg$ » και θυμηθείτε «δύο όχι κάνουν ένα ναι».

**6:** Ανατρέχοντας στο πρόβλημα 5: Τι παρατηρείτε συγκρίνοντας το Θ και το I; Συγκρίνοντας το I και το K;

**7:** Σε αυτό το πρόβλημα θα γράφουμε «1» αντί για «A» για να συμβολίσουμε την λογική τιμή «Αλήθεια», και θα γράφουμε «0» αντί για «Ψ» για να συμβολίσουμε την λογική τιμή «Ψεύδος». Όπως είδαμε και στην τάξη, τότε ο σύνδεσμος «και» (δηλαδή το  $\wedge$ ) αντιστοιχεί στον πολλαπλασιασμό (το  $1 \wedge 1$  είναι 1, το  $1 \wedge 0$  είναι 0, κ.ο.κ).

Θεωρήστε τώρα, αντί του πολλαπλασιασμού, τον σύνδεσμο  $\underline{\vee}$  που αντιστοιχεί στην «πρόσθεση modulo 2» (δηλαδή το  $1 \underline{\vee} 1$  είναι 0, το  $1 \underline{\vee} 0$  είναι 1, το  $0 \underline{\vee} 1$  είναι 1, και το  $0 \underline{\vee} 0$  είναι 0).

- A.** Αναγνωρίζετε το  $\underline{\vee}$  ως ένα γνωστό σύνδεσμο της ελληνικής γλώσσας;  
**B.** Βρείτε μια έκφραση λογικά ισοδύναμη με το  $P \underline{\vee} Q$ , χρησιμοποιώντας μόνο τα σύμβολα  $P, Q, \neg, \wedge$ , και  $\vee$ .