

---

**1:** Πόσοι από τους τριψήφιους ακεραίους  $n$  (εννοώ τους  $n = 000, 001, 002, \dots, 999$ ) έχουν τουλάχιστον ένα ψηφίο ίσο με το 5;

Υπόδειξη: μετρήστε πρώτα τους «υπόλοιπους».

---

**2:** Πόσοι εξαψήφιοι ακέραιοι αρχίζουν από 52 ή τελειώνουν σε 52;

---

**3:** Μου δίνουν πέντε τραπουλόχαρτα από μια κανονική τράπουλα.

**A.** Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό, αν έχει σημασία μόνο το τι χαρτιά θα πάρω και η σειρά που θα τα πάρω;

**B.** Με πόσους από τους παραπάνω τρόπους τα χαρτιά μου είναι όλα κούπες;

---

**4:** Πόσες συναρτήσεις από το  $\{1, 2, 3\}$  στο  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  δεν είναι ένα προς ένα;

Υπόδειξη: μετρήστε πρώτα τις «υπόλοιπες».

---

**5: A:** Να κατασκευάσετε το τρίγωνο του Pascal για να υπολογίσετε τους  $\binom{7}{0}, \binom{7}{1}, \binom{7}{2}, \dots, \binom{7}{7}$ .

**B:** Τι λέει το Θεώρημα του Διωνύμου για το  $(a + b)^7$ ;

---

**6:** Με πόσους τρόπους μπορούν έξι άτομα να χωριστούν σε δυο ομάδες των τριών;

Υπόδειξη: Όταν επιλέξετε την πρώτη ομάδα, πόσες επιλογές μένουν;

---

**7:** Αν  $k, l, n$  είναι φυσικοί αριθμοί και  $k + l = n$ , να αποδείξετε ότι  $\binom{n}{k} = \binom{n}{l}$ .

Υπόδειξη: δείτε τον τύπο για το  $\binom{n}{k}$ .

---

**8:** Αποδείξτε ότι  $2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n}$ .

Υπόδειξη: πως παίρνετε  $2^n$  από το  $(a + b)^n$ ;

---

**9:** Θεωρούμε όλα τα αθροίσματα του τύπου  $a + b + c = 8$  με  $a, b, c = 0, 1, 2, \dots$ , όπου, για παράδειγμα, το  $4 + 3 + 1 = 8$  το θεωρούμε διαφορετικό από το  $3 + 1 + 4 = 8$ . Πόσα τέτοια αθροίσματα υπάρχουν;

Υπόδειξη: Θεωρήστε, για παράδειγμα, το  $4 + 3 + 1 = 8$ , ως « $xxxxyxxxxx$ ».