---

Στις Ασκήσεις 1 και 2, $V$ είναι ο διανυσματικός χώρος των πολυωνύμων βαθμού $\leq 1$, $X$ είναι η βάση του $V$ με $x_1(t) = 2$ και $x_2(t) = 1 + t$, και $X'$ είναι η βάση του $V$ με $x'_1(t) = 1$ και $x'_2(t) = t$.

---

**1.** Υπολογίστε τον $A = {}_{X'}[i]_X$.

---

**2.** Έστω $x(t) = 7 + 3t = 2 \cdot 2 + 3(1 + t)$. Με $A$ όπως παραπάνω, να επαληθεύσετε το θεώρημα που λέει $\alpha' = A\alpha$, όπου $\alpha = [x]_X$ και $\alpha' = [x]_{X'}$.

---

Στις Ασκήσεις 3–6, $V = \mathbb{R}^2$, $Y$ είναι η βάση του $V$ με $y_1 = (1, 1)$ και $y_2 = (2, 1)$, και $Z$ είναι η βάση του $V$ με $z_1 = (1, -2)$ και $z_2 = (1, -3)$.

---

**3.** Έστω $X$ η κανονική βάση του $V = \mathbb{R}^2$, δηλαδή $x_1 = (1, 0)$ και $x_2 = (0, 1)$. Να υπολογίσετε τους πίνακες ${}_X[i]_Y$ και ${}_X[i]_Z$.

---

**4.** Να υπολογίσετε τον πίνακα ${}_Z[i]_X$.

---

**5.** Να υπολογίσετε τον πίνακα ${}_Z[i]_Y$.

---

**6.** Έστω $x = 3y_1 + 5y_2$. Με $A$ τον πίνακα της άσκησης 5, να επαληθεύσετε το ίδιο θεώρημα όπως στην άσκηση 2, ότι δηλαδή πολλαπλασιασμός με $A$ μας πάει από τις συντεταγμένες του $x$ ως προς $Y$ στις συντεταγμένες του $x$ ως προς $Z$.

---

**7.** Δίνονται δύο βάσεις του $\mathbb{R}^3$, η $y_1 = (1, 0, 1), y_2 = (-1, 2, 0), y_3 = (1, 1, 1)$, και η $z_1 = (1, 0, 2), z_2 = (1, 1, 2), z_3 = (1, 0, 3)$. Να βρείτε τον πίνακα ${}_Z[i]_Y$. Μετά να εκφράσετε κάθε $y_j$ ως γραμμικό συνδυασμό των $z_j$.

---

**8.** Έστω $V$ ο διανυσματικός χώρος των τριωνύμων και $L : V \to V$ η γραμμική απεικόνιση με $L(t+1) = 2$, $L(t + 2) = t^2 + 1$, και $L(t^2 + t + 1) = t + 1$. Να υπολογίσετε τον πίνακα της $L$ ως προς την βάση $x_1 = 1, x_2 = t, x_3 = t^2$, και μετα να υπολογίσετε το $L(t^2 + t)$.