

1. Υπολογίστε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα των πινάκων $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$ και $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

2. Έστω A ένας $n \times n$ πίνακας και λ μια ιδιοτιμή του A . Ο **ιδιόχωρος** του A που αντιστοιχεί στην λ ορίζεται ως

$$V_\lambda(A) = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = \lambda x\}.$$

A. Δείξτε ότι ο $V_\lambda(A)$ είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^n .

B. Βρείτε ένα πίνακα B τέτοιος ώστε ο $V_\lambda(A)$ είναι ο μηδενόχωρος του B . Δώστε άλλη μια απόδειξη ότι ο $V_\lambda(A)$ είναι υπόχωρος του \mathbb{R}^n .

Γ. Μπορείτε να βρείτε μια ιδιοτιμή του A^2 ; του $3A^2$; του $3A^2 + 5A + 6I$;