---

1. Για τους παρακάτω πίνακες, υπολογίστε όλες τις ιδιοτιμές, καθώς και τις αντίστοιχες αλγεβρικές και γεωμετρικές πολλαπλότητες. Ποιοί από αυτούς τους πίνακες είναι διαγωνιοποιήσιμοι;

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \text{και} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & -8 & 9 \end{bmatrix}.$$

---

2. Να βρείτε δύο διαφορετικούς πίνακες B τέτοιους ώστε ο πίνακας $A = B \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} B^{-1}$ έχει ιδιοδιάνυσμα το $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ και ικανοποιεί $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Οι παρακάτω ερωτήσεις είναι πολλαπλής επιλογής. Όπως πάντα σε αυτό το μάθημα, μόνο μία επιλογή είναι σωστή:

---

3. Δίνεται ότι ο πίνακας $\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ έχει ιδιοτιμές το 3 και το 2, όπου οι a και b είναι κάποιοι πραγματικοί αριθμοί. Τότε

Α. $a = 1$ Β. $a = 1$ και $b = 2$. Γ. $ab = 6$ Δ. υπάρχει ακριβώς μία πιθανή τιμή του b Ε. υπάρχουν ακριβώς δύο πιθανές τιμές του b

---

4. Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ a & 3 & 1 \end{bmatrix}$ όπου a είναι κάποιος πραγματικός αριθμός. Τότε

Α. ο A είναι διαγωνιοποιήσιμος μόνο για $a = 1$.

Β. υπάρχει ακριβώς μία τιμή του a τέτοια ώστε ο A είναι διαγωνιοποιήσιμος.

Γ. υπάρχουν ακριβώς δύο τιμές του a τέτοιες ώστε ο A είναι διαγωνιοποιήσιμος.

Δ. υπάρχουν άπειρες τιμές του a τέτοιες ώστε ο A είναι διαγωνιοποιήσιμος.

Ε. ο A δεν είναι διαγωνιοποιήσιμος.

---

5. Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ a & 3 & 0 \end{bmatrix}$ όπου a είναι κάποιος πραγματικός αριθμός. Τότε

Α. ο A είναι διαγωνιοποιήσιμος μόνο για $a = 1$.

Β. υπάρχει ακριβώς μία τιμή του a τέτοια ώστε ο A είναι διαγωνιοποιήσιμος.

Γ. υπάρχουν ακριβώς δύο τιμές του a τέτοιες ώστε ο A είναι διαγωνιοποιήσιμος.

Δ. υπάρχουν άπειρες τιμές του a τέτοιες ώστε ο A είναι διαγωνιοποιήσιμος.

Ε. ο A δεν είναι διαγωνιοποιήσιμος.