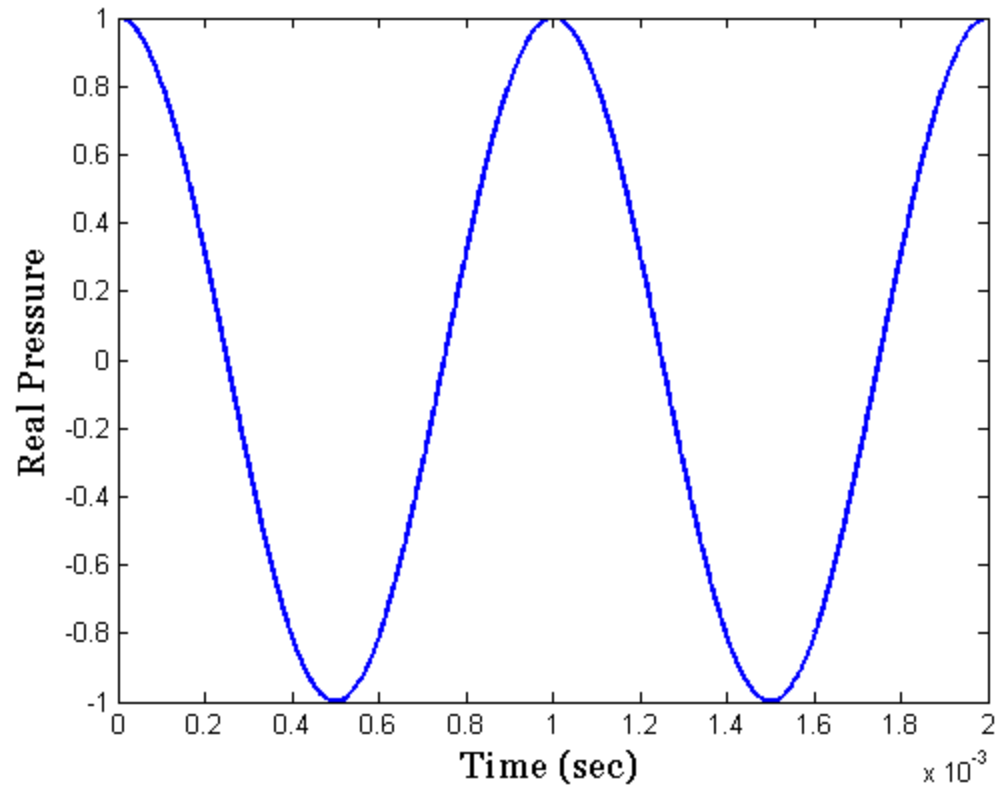


Εισαγωγή στην  
Επεξεργασία Σημάτων

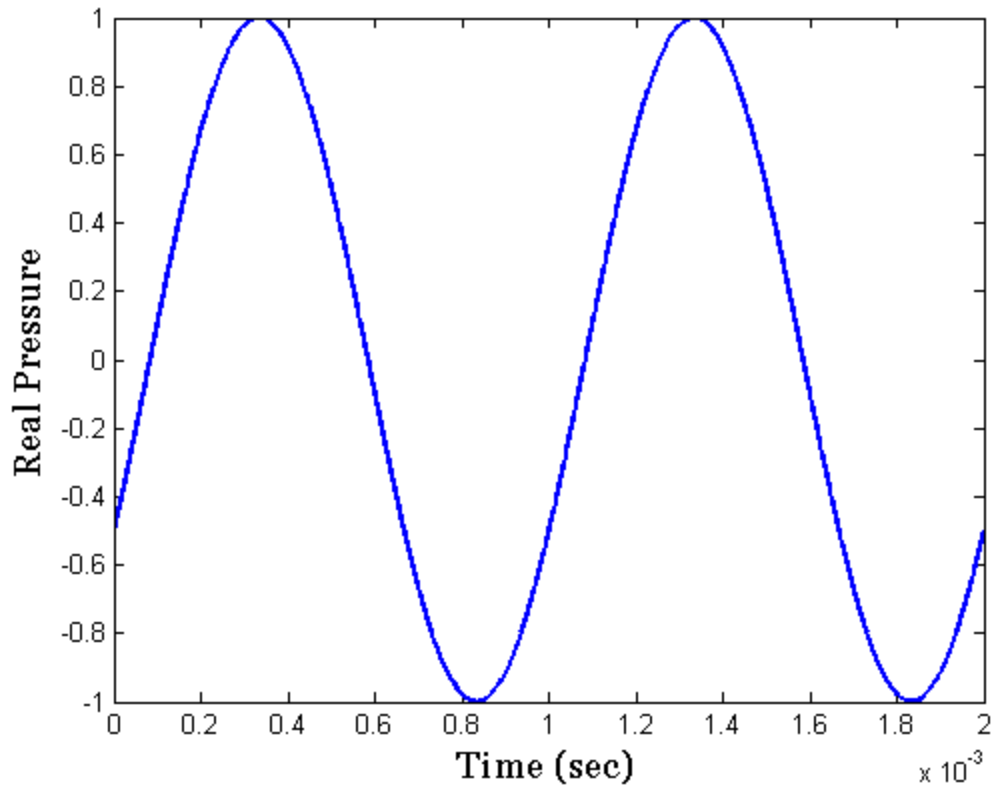
Μετασχηματισμός  
Fourier

## Εισαγωγή στην Ακουστική Ωκεανογραφία

$$s(t) = A \sin(kr - \omega t)$$



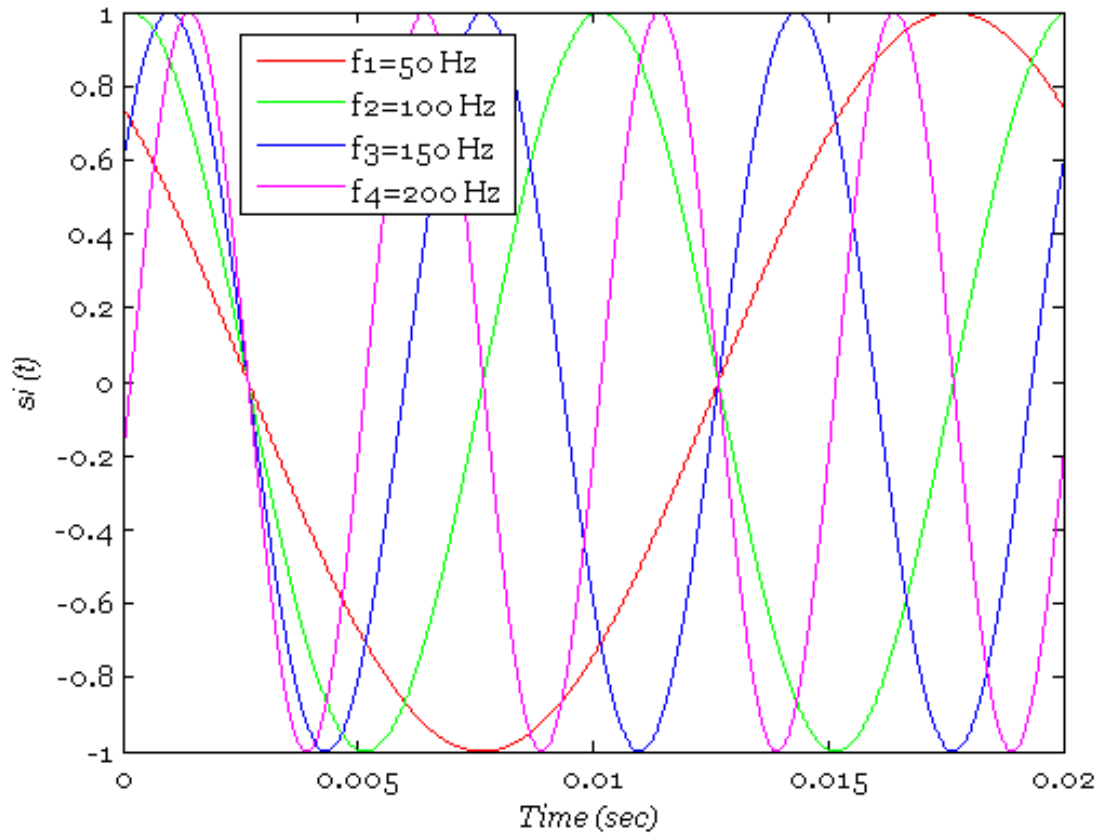
$$s(t) = A \sin(kr - \omega t)$$



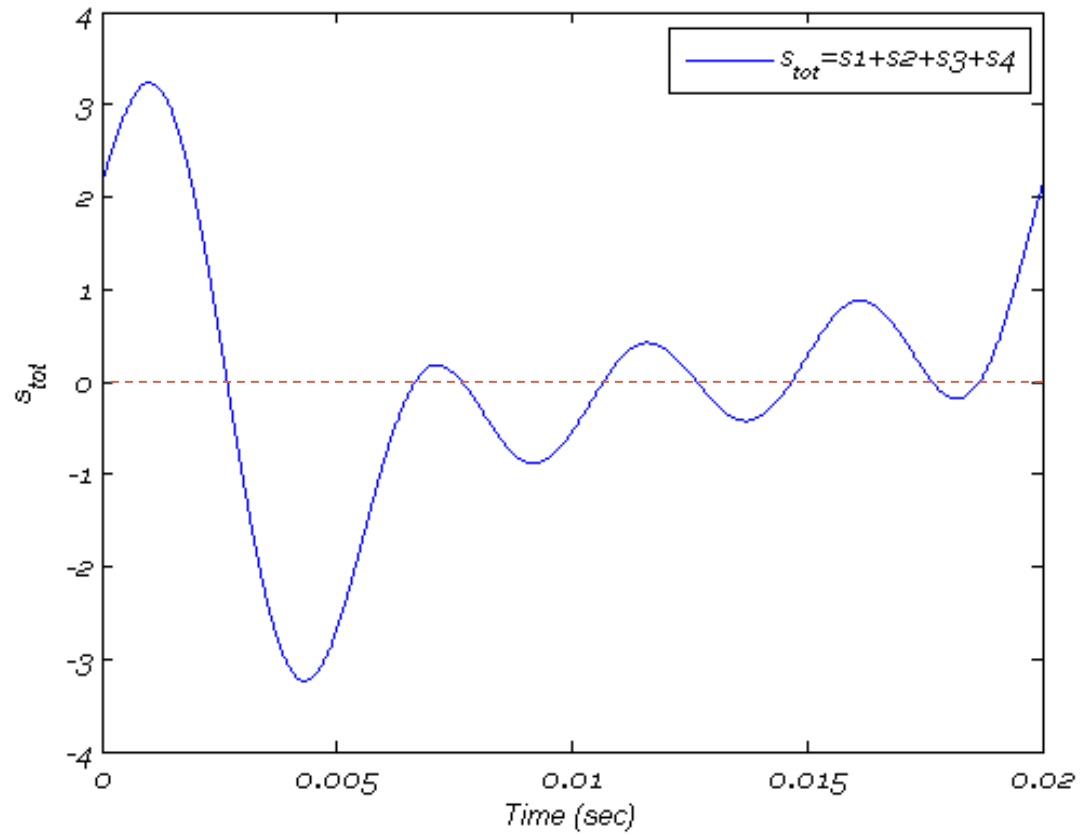
Σε διαφορετικό  $r$

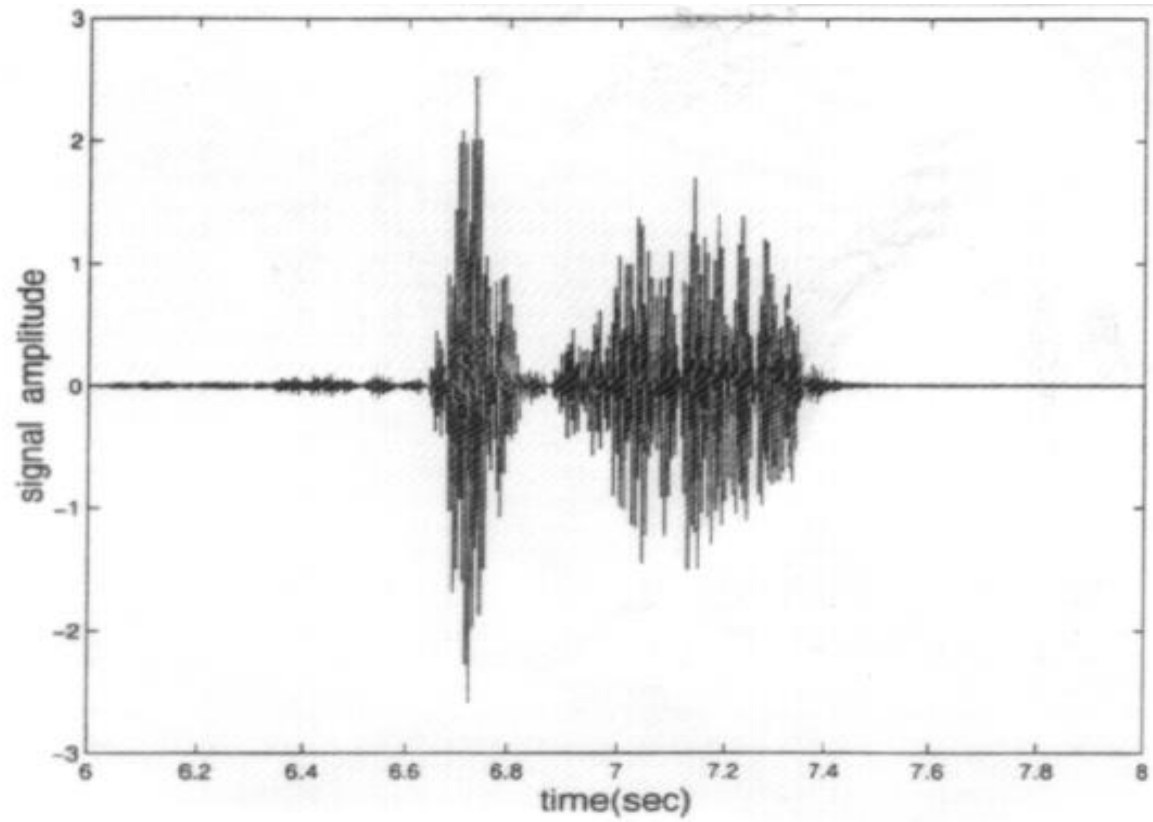
$$s(t) = A \sin(kr - \omega t)$$

$$A = 1, \omega_i = 2\pi f_i, c = 1500 \text{ m/sec}, k_i = \omega_i / c, r = 4 \text{ m}$$



$$s_{tot}(t) = s1 + s2 + s3 + s4$$



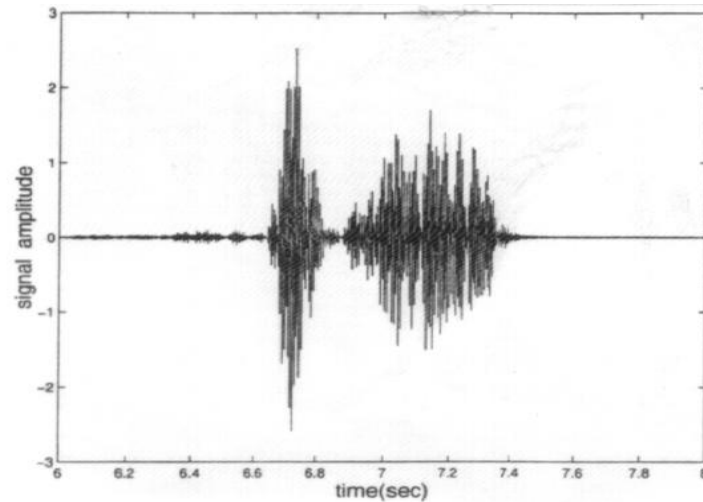


Συνεχής μετασχηματισμός Fourier

Σειρές Fourier για περιοδικά σήματα

Διακριτός μετασχηματισμός Fourier

## Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier



$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega$$



## Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_{-A}^A x(t) dt \quad \text{Υπαρξη Ολοκληρώματος}$$

$$F(\omega) = \mathfrak{F}\{f(t)\}$$

$$f(t) = \mathfrak{F}^{-1}\{F(\omega)\}$$

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega)$$

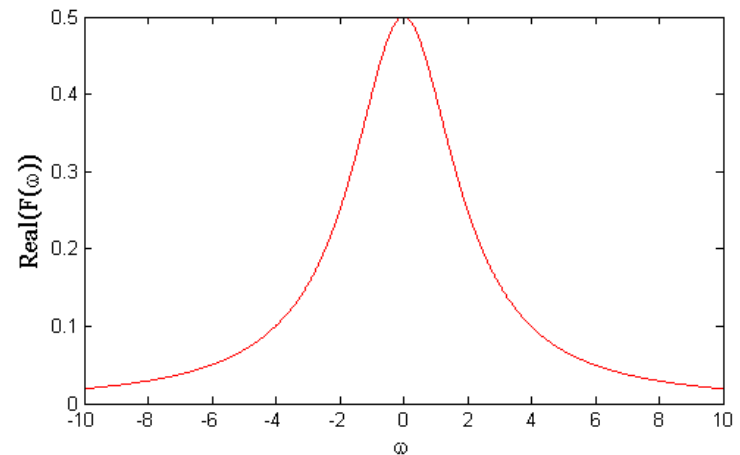
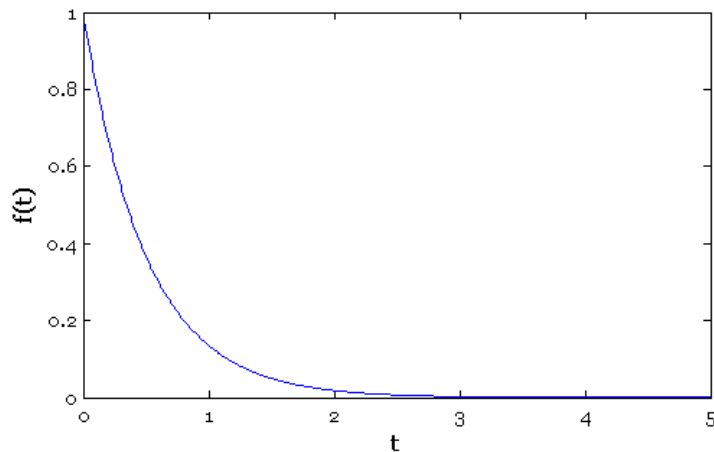
# Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier

## Παράδειγμα

$$f(t) = e^{-at} \quad a > 0 \quad t > 0$$

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-at} e^{-i\omega t} dt = \int_0^{\infty} e^{-(a+i\omega)t} dt = \frac{1}{a+i\omega}$$

$a=2$

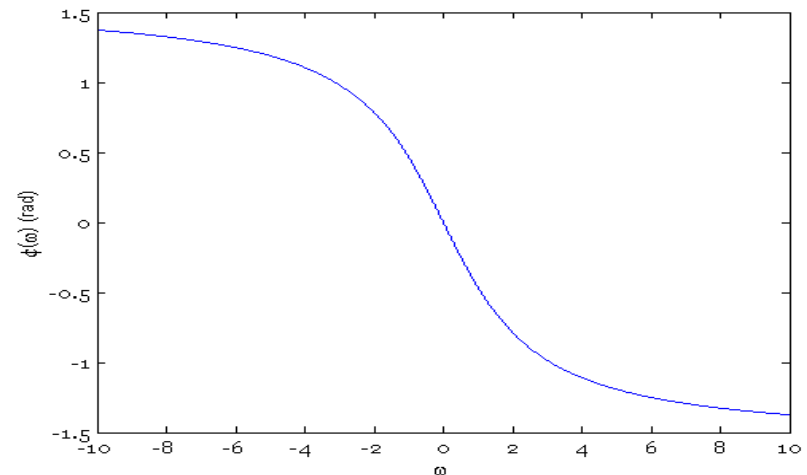
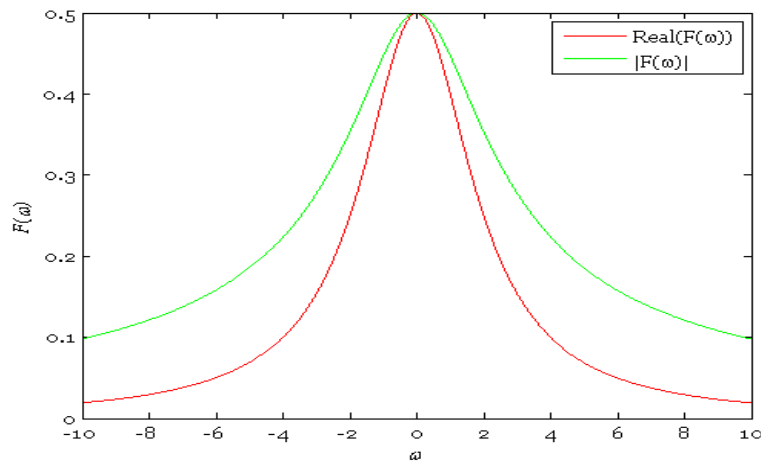


# Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier

## Παράδειγμα

$$f(t) = e^{-at} \quad a > 0 \quad t > 0$$

$$F(\omega) = |F(\omega)| e^{i\varphi(\omega)}$$



## Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier

Ο μετασχηματισμός είναι γραμμικός

$$f_i(t) \leftrightarrow F_i(\omega)$$

$c_i$  αυθαίρετη πραγματική ή μιγαδική σταθερά  $i=1, \dots, n$

$$c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t) + \dots + c_n f_n(t) \leftrightarrow c_1 F_1(\omega) + c_2 F_2(\omega) + \dots + c_n F_n(\omega)$$

## Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier

$$f(t) = f_1(t) + if_2(t) \quad F(\omega) = R(\omega) + iX(\omega)$$

$$R(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [f_1(t) \cos \omega t + f_2(t) \sin \omega t] dt$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [f_2(t) \cos \omega t - f_1(t) \sin \omega t] dt$$

$$f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [R(\omega) \cos \omega t - X(\omega) \sin \omega t] d\omega$$

$$f_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [R(\omega) \sin \omega t + X(\omega) \cos \omega t] d\omega$$

## Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier

$$f(t) \in R, \quad f_1(t) = f(t), \quad f_2(t) = 0$$

$$R(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt \quad X(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega t dt$$

$$R(-\omega) = R(\omega)$$

$$X(-\omega) = -X(\omega)$$

$$F^*(\omega) = F(-\omega)$$

$$f(-t) = f(t) \longrightarrow X(\omega) = 0$$

$$f(-t) = -f(t) \longrightarrow R(\omega) = 0$$

## Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega)$$

### Βασικές Ιδιότητες

$$F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega) \quad \text{Συμμετρία (Δυϊκότητα)}$$

$$f^*(t) \leftrightarrow F^*(-\omega)$$

$$f^*(-t) \leftrightarrow F^*(\omega)$$

Συζυγία

$$f(-t) \leftrightarrow F(-\omega) \quad \text{Αντιστροφή χρόνου}$$

## Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega)$$

Βασικές Ιδιότητες

$$f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$\frac{1}{|a|} f\left(\frac{t}{a}\right) \leftrightarrow F(a\omega)$$



Αλλαγή κλίμακας



## Συνεχής Μετασχηματισμός Fourier

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega)$$

### Βασικές Ιδιότητες

$$f(t - a) \leftrightarrow e^{-ia\omega} F(\omega) \quad \text{Μετατόπιση χρόνου}$$

$$e^{iat} f(t) \leftrightarrow F(\omega - \alpha) \quad \text{Μετατόπιση συχνότητας}$$

$$f(t) \cos \omega_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2} [F(\omega + \omega_0) + F(\omega - \omega_0)] \quad \text{Διαμόρφωση}$$